

MODEL STOKASTIK FUZZY DENGAN FUZZY LINGUISTIC SUMMARY

Irsalina Layalia Shabrina¹⁾, Dewi Retno Sari Saputro²⁾

¹⁾Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Sebelas Maret
email: irsalinalia@gmail.com

²⁾Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Sebelas Maret
email: dewiretnoss@staff.uns.ac.id

Abstrak

Model stokastik adalah model probabilistik peluang dari suatu kejadian yang dicirikan dengan ketidakpastian nilai parameter-parameternya dan time-variant. Ketidak pastian nilai parameter dapat diukur dengan fuzzy sehingga model dapat dikembangkan menjadi model stokastik fuzzy (SF). Beberapa tahun terakhir, model SF menarik perhatian komunitas komputer karena model tersebut sukses digunakan pada berbagai aplikasi. Selainnya, model tersebut fleksibel apabila pada suatu amatan diperoleh data tidak lengkap dan memuat noise. Proses stokastik yang pada umumnya digunakan adalah rantai markov yang menggambarkan proses stokastik waktu diskrit secara berturut-turut dari suatu sistem. Rantai Markov digunakan untuk memperoleh probabilitas terbesar dengan menggunakan matriks probabilitas transisi. Tujuan penelitian ini adalah mengkaji model stokastik fuzzy dengan fuzzy linguistic summary (FLS).

Keywords: stokastik, stokastik fuzzy, rantai markov, FLS

1. PENDAHULUAN

Prediksi indeks harga saham selalu menjadi hal yang menarik untuk dibahas pada kalangan investor. Akan tetapi, menemukan waktu yang tepat untuk menjual atau membeli saham sangatlah kompleks dikarenakan banyak faktor yang harus dipertimbangkan yang dapat mempengaruhi indeks harga saham tersebut. Akhir-akhir ini *Artificial Neural Network* (ANN) banyak digunakan untuk memprediksi harga saham (Baba [1]). Namun, ANN memiliki kekurangan yaitu mengandung memuat *noise* yang luar biasa dan dimensi yang dibentuk dari data saham sangat kompleks (Kim and Han [4]) dan selain itu jumlah dari datanya juga akan mengganggu pembelajaran pola. Oleh karena itu, ANN jarang digunakan untuk memprediksi data *real-time*.

Akhir-akhir ini metode stokastik *fuzzy* banyak menarik perhatian komunitas komputer. Hal ini karena stokastik *fuzzy* sukses digunakan pada banyak aplikasi. Masalah dalam memprediksi harga saham adalah perubahan harga saham yang sangat fluktuatif dan bisa berubah secara drastis hanya dalam hitungan menit. Menurut Chiang [3], untuk membuat prediksi yang akurat dalam kondisi yang normal digunakan pendekatan *fuzzy linguistic summary* (FLS) dalam menghitung parameter pada

prediksi stokastik *fuzzy*. Keutungan metode tersebut dibandingkan metode yang lain adalah untuk menghasilkan prediksi yang akurat hanya membutuhkan satu input data dan tidak seperti metode statistik pada umumnya, metode tersebut tidak membutuhkan perhitungan standar deviasi pada prediksi harga saham. Selain itu kelebihan lain dari stokastik *fuzzy* adalah lebih dapat dipercaya karena laju perubahan didapatkan dari data historis dengan asumsi dalam kondisi yang sama pada waktu tertentu. Akan tetapi, FLS belum memuat secara rinci probabilitas pergerakan saham sehingga digunakan penggabungan parameter dengan rantai Markov yang memanfaatkan matriks probabilitas transisi.

2. KAJIAN LITERATUR

2.1 Rantai Markov

Rantai Markov pertama kali dikembangkan oleh Andrei Markov. Rantai Markov adalah sebuah proses stokastik dengan nilai X_n , untuk nilai X_s dengan $s > n$ tidak dipengaruhi oleh nilai X_u , dengan $u < n$. Untuk setiap waktu n , misal variabel acak X_n adalah *state* sekarang pada suatu waktu (Taylor and Samuel [5]). Apabila diberikan X_0, X_1, \dots, X_n kemudian akan dicari nilai X_{n+1} maka nilai X_{n+1} hanya bergantung nilai X_n . Dapat disimpulkan peluang

kejadian pada masa yang akan datang hanya dipengaruhi oleh kejadian saat ini. Probabilitas $X_n = i$ dinotasikan dengan $a_i(n)$ adalah probabilitas *state*. Probabilitas berpindahnya keadaan i pada waktu t ke keadaan j pada waktu $t + 1$ disebut dengan probabilitas transisi yang dinotasikan dengan p_{ij} .

Sebuah proses stokastik $(X_n, n \geq 0)$ dengan ruang *state* S adalah rantai Markov apabila i dan j adalah anggota dari S . Rumus rantai Markov adalah sebagai

$$a_j(n+1) = \sum_{i=1}^k a_i(n)p_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (2.1)$$

Dengan nilai $a_i(n)$ dan p_{ij} memenuhi

$$\sum_{i=1}^k a_i(n) = 1 \quad n = 1, 2, \dots, k \quad (2.2)$$

$$p_{ij} \geq 0 \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, k \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=1}^k p_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (2.4)$$

Asumsi-asumsi dalam rantai Markov ditulis sebagai berikut.

1. Jumlah probabilitas transisi untuk suatu keadaan awal dari sistem sama dengan 1 (satu)
2. Probabilitas-probabilitas tersebut berlaku untuk semua partisipan dalam sistem
3. Probabilitas transisi konstan sepanjang waktu
4. Probabilitas transisi hanya bergantung pada status sekarang bukan periode sebelumnya

2.2 Fuzzy Linguistic Summary

Untuk menggunakan *fuzzy linguistic summary* (FLS), semua data dan atribut yang relevan harus diekstrak berdasarkan dengan pengetahuan domain yang sesuai. Domain berguna untuk mencari pola dari data dan atribut dan dapat menjadi beberapa bentuk atau ranking. Dalam suatu sistem, informasi domain yang terkait direpresentasikan sebagai $\{Tabel A_1, \dots, Tabel A_k\} \approx B$

Dengan " \approx " yang berarti "berhubungan dengan" dan $i = 1, \dots, k$, atribut tabel A_k berhubungan dengan informasi B . Tujuan dari FLS adalah untuk memprediksi penggunaan

ranking pada sumber yang berbeda pada waktu tertentu. Setiap ranking mendefinisikan derajat penggunaan.

Menurut Chiang [3], langkah-langkah FLS diuraikan sebagai berikut.

1. Preklasifikasi
Berdasarkan hasil premining, pengguna dapat mengklasifikasi objek kepada beberapa grup yang berbeda. Karena data terdiri dari atribut, tujuan dari ini adalah menemukan hubungan antara ranking data dengan nilai atribut. Untuk masalah analisa data *time series*, preklasifikasi data dengan atribut waktu kemudian menggunakan sistem untuk mencari hubungan antara ranking data dengan waktu.
2. Memilih kandidat setiap grup dengan menggunakan fungsi heuristik
Untuk membuat proses lebih efisien, dipilih kandidat untuk setiap grup dari pendefinisian awal dengan menggunakan fungsi heuristik. Setiap kandidat memiliki ciri khas yang merepresentasikan setiap grup. Ketika pada suatu sistem fungsi heuristik nya tidak didefinisikan maka semua pendefinisian awal dianggap sebagai kandidat. Pada dasarnya, tidak ada cara khusus untuk mendefinisikan fungsi heuristik. Karena itu, pengguna harus mendefinisikan fungsi heuristik berdasarkan tipe predefinis dan tujuan dari aplikasi.
3. Menghitung nilai sebenarnya
Menghitung nilai setiap atribut dengan menggunakan Definisi : Misal $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ sebagai himpunan *tuples* dalam suatu grup yang memiliki hubungan dengan r maka

$$Truth(Q\{t_1, t_2, \dots, t_n\} \text{ adalah } F) = \mu_Q \left(\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \mu_r(t_i) \right) \right) \quad (2.5)$$
 Dengan $\mu_r(t_i)$ adalah nilai derajat keanggotaan pada saat t_i terhadap F dan $\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n \mu_r(t_i))$ adalah nilai rata-rata derajat keanggotaan hubungan r pada F .
4. Mencari properti baru dan pengaturan parameter

Untuk menghindari generalisasi yang berlebihan harus didefinisikan interval maksimum setiap klasifikasi berdasarkan aplikasi. Ketika nilai kandidat baru terlalu umum atau nilainya lebih besar dari yang sudah didefinisikan, kita menolak kandidat tersebut atau kita menghitung nilai sesungguhnya yang berhubungan dengan kandidat properti.

5. Memilih aturan

Tidak semua nilai pada sebuah grup diatur oleh satu aturan. beberapa penelitian menganggap nilai yang kecil pada kasus yang tidak biasa sebagai *noise* atau pengecualian data (Cai *et al.* [2]). Untuk kasus yang tidak biasa ini kita bisa menggabungkan informasi kuantitatif untuk setiap aturan untuk menguji atau mengukur seberapa kuat aturan tersebut. Pada artikel ini semua objek di preklasifikasi dengan beberapa atribut yang memiliki kesamaan pada suatu grup. Konsekuensinya, rata-rata derajat keanggotaan dapat dilihat sebagai kekuatan kriteria dari suatu grup. Ketika rata-rata derajat keanggotaan pada suatu grup adalah 1, hal ini berarti grup tersebut sangat cocok dengan kriteria yang diberikan atau hampir mirip dengan kriteria yang diberikan.

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian berdasarkan teori. Penelitian berdasarkan teori yaitu melakukan kajian tentang stokastik *fuzzy* dengan estimasi parameter menggunakan *fuzzy linguistic summary*. Metode yang digunakan adalah studi literatur dengan mempelajari dan menurunkan ulang beberapa materi terkait tentang stokastik *fuzzy* dan *fuzzy linguistic summary*. Literatur berupa jurnal referensi dari berbagai situs pendukung di internet dan *textbook*.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Model Stokastik Fuzzy

Harga saham dapat berubah sewaktu-waktu ketika diperdagangkan di pasar modal. Anggap situasi tersebut sebagai proses *random*. Diambil variabel *random* $X(t)$ yang merepresentasikan data *random* pada saat waktu t . $P_n(t)$ adalah probabilitas dari $X(t)$ dan juga laju perubahan

ketika $n = 0, 1, 2, \dots$. Laju perubahan tersebut dapat digunakan untuk menunjukkan peluang data *random* naik atau turun. Oleh karena itu, penurunan ulang model tersebut menurut Wang [6] diuraikan sebagai berikut.

Jika $X(t) = n$, kemudian diasumsikan naik atau turun nya harga saham dari t ke $t + \Delta t$ (Δt kecil) dengan asumsi sebagai

1. Probabilitas naik sebanding dengan $\Delta t(b_n \Delta t)$
2. Probabilitas turun sebanding dengan $\Delta t(d_n \Delta t)$
3. Naik atau turun adalah sebuah peristiwa acak yang independen
4. b_n dan d_n sebanding dengan n dengan $b_n = \lambda n$ dan $d_n = \mu n$. Saat $n = 1$, λ dan μ merepresentasikan probabilitas naik dan turunnya harga saham.

Untuk mendapatkan rumus $P_n(t)$ diasumsikan peristiwa acak $X(t + \Delta t) = n$. Berdasarkan asumsi dari 1, 2, 3 dan 4 maka $X(t + \Delta t) = n$ adalah hasil dari tiga peristiwa independen.

- a. $X(t) = n - 1$ berarti $X(t)$ naik satu unit dari t ke $t + \Delta t$,
- b. $X(t) = n + 1$ berarti $X(t)$ turun satu unit dari t ke $t + \Delta t$
- c. $X(t) = n$ berarti $X(t)$ tidak mengalami kenaikan atau penurunan.

Persamaan $P_n(t)$ dapat dituliskan sebagai

$$P_n(t + \Delta t) = P_{n-1}(t) b_{n-1} \Delta t + P_{n+1}(t) d_{n+1} \Delta t + P_n(t)(1 - b_n \Delta t - d_n \Delta t) \quad (4.1)$$

Setelah mendiferensial maka didapatkan

$$\frac{dP_n}{dt} = b_{n-1} P_{n-1}(t) + d_{n+1} P_{n+1}(t) - (b_n + d_n) P_n(t) \quad (4.2)$$

Berdasarkan asumsi no 4 persamaan (4.2) dapat diturunkan menjadi

$$\frac{dP_n}{dt} = \lambda(n-1)P_{n-1}(t) + \mu(n+1)P_{n+1}(t) - (\lambda + \mu)nP_n(t) \quad (4.3)$$

Saat waktu awal $t = 0$, harga saham adalah n_0 . Fungsi awal $P_n(t)$ didefinisikan sebagai

$$P_n(0) = \begin{cases} 1, & n = n_0 \\ 0, & n \neq n_0 \end{cases} \quad (4.4)$$

Karena dari persamaan (4.3) dan (4.4) hasil yang diperoleh masih rumit maka akan dapat dipecahkan melalui $E(t)$ dengan $E(t)$ adalah ekspektasi pada $X(t)$. Ekspektasi pada $X(t)$ dengan persamaan (4.3) dan (4.4) sebagai

$$E(t) = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n(t) \quad (4.5)$$

Dengan mendiferensialkan kedua sisi pada (4.5) dan substitusi hasil tersebut pada (4.3) maka diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \lambda \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)P_{n-1}(t) \\ &+ \mu \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)P_{n+1}(t) \\ &- (\lambda + \mu)n^2P_n(t) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Dimana

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)P_{n-1}(t) &= \sum_{k=1}^{\infty} k(k+1)P_k(t) \\ \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)P_{n+1}(t) &= \sum_{k=1}^{\infty} k(k-1)P_k(t) \end{aligned}$$

Dari persamaan (4.6) diperoleh

$$\frac{dE}{dt} = (\lambda - \mu) \sum_{n=1}^{\infty} nP_n(t) = (\lambda - \mu)E(t) \quad (4.7)$$

Dari kondisi awal persamaan (4.4) didapatkan kondisi awaal untuk persamaan $E(t)$ sebagai

$$E(t) = n_0 \quad (4.8)$$

Dari persamaan (4.8) diperoleh solusi dari persamaan (4.7)

$$E(t) = n_0 e^{rt}, \quad r = \lambda - \mu \quad (4.9)$$

Dapat ditulis dengan

$$X(t) = X_0 e^{rt} \quad (4.10)$$

Dengan menganggap $t = 1$, $X(1) = X_0 e^r$ persamaan (4.10) dapat ditulis sebagai

$$X(k) = X(k-1)e^r \quad (4.11)$$

Dengan $X(k)$ adalah data pada saat waktu ke- k , $X(k-1)$ adalah data pada saat waktu ke- $(k-1)$ dan r adalah parameter.

4.2 Fuzzy Linguistic Summary sebagai pendekatan Parameter

Menurut Chiang [3], tujuan dari FLS adalah untuk memprediksi kebermanfaatan sumber daya yang berbeda pada waktu tertentu. Hal pertama yang harus dilakukan adalah melakukan pendekatan preklasifikasi pada data dengan waktu untuk mengetahui hubungan peringkat data dengan waktu.

Dengan FLS diperoleh rumus parameter r

$$r_{ij} = \frac{(\sum_{n=1}^J \mu(t_{n+1}) - \mu(t_n))}{J} \quad (4.12)$$

dan $n = 1, 2, \dots, J \in \mathbb{N}$ dengan $\mu(t_{n+1})$ adalah fungsi keanggotaan pada saat periode ke- $(n+1)$, $\mu(t_n)$ adalah fungsi keanggotaan pada saat periode ke- n dan J adalah banyak data. Fungsi keanggotaan dengan rumus sebagai

$$\mu(t_n) = \left(\frac{x}{y}\right)^2 \quad (4.13)$$

Dengan x adalah nilai data pada saat periode ke- n dan y adalah nilai maksimum data pada saat periode ke- n . Konsep rantai Markov digunakan untuk menentukan parameter r dengan rumus sebagai

$$r = r_{ij} + p_{ij} \quad (4.14)$$

4.3 Penggabungan Rantai Markov pada pendekatan parameter.

X_n variabel random pada rantai markov yang melambangkan keadaan sistem. $y_i(n)$ melambangkan keadaan *state* i pada saat waktu ke- n , $y_i(n) = P(X_n = i)$. p_{ij} merepresentasikan probabilitas perpindahan pada waktu tertentu saat situasi i ke waktu berikutnya saat situasi j . $p_{ij} = P(X_{n+1} = j | X_n = i)$ dengan X_{n+1} hanya bergantung X_n dan tidak ada hubungannya dengan X_{n-1}, X_{n-2}, \dots

Berdasarkan persamaan (2.1) diperoleh probabilitas total dengan rumus berikut

$$y_j(n+1) = \sum_{i=1}^k y_i(n)p_{ij} \quad (4.15)$$

r_{ij} adalah laju perubahan dari sistem pada suatu waktu saat keadaan i ke waktu berikutnya pada saat keadaan j

Contoh pada penelitian Wang *et al.* [7], terdapat dua probabilitas pergerakan saham pada

penelitian tersebut, yaitu saham naik dan turun. $X_n = 1$ melambangkan indeks saham naik dan $X_n = 2$ melambangkan indeks saham turun, dengan $n = 1, 2, 3, \dots$. X_n melambangkan keadaan sistem pada indeks saham. $y_i(n)$ melambangkan probabilitas ($i = 1, 2$) pada keadaan i saat waktu ke- n . p_{ij} melambangkan probabilitas transisi dengan $i = 1, 2; j = 1, 2$ yang berarti p_{ij} adalah probabilitas perpindahan *state* saat ini pada keadaan i ke waktu yang akan datang pada saat keadaan j . Wang *et al.* [7] menggunakan persamaan (4.15) sehingga diperoleh rumus total probabilitas sebagai

$$y_1(n+1) = y_1(n)p_{11} + y_2(n)p_{21} \quad (4.16)$$

$$y_2(n+1) = y_1(n)p_{12} + y_2(n)p_{22} \quad (4.17)$$

Pada penelitian Wang *et al.* [7], r_{ij} melambangkan laju perubahan dengan $i = 1, 2$ dan $j = 1, 2$ sesuai dengan persamaan (4.12). Berdasarkan persamaan (4.16) dan (4.17) diperoleh parameter r sebagai

$$r = \begin{cases} r_{11}p_{11} + r_{21}p_{21} & \text{saham naik} \\ r_{12}p_{12} + r_{21}p_{21} & \text{saham turun} \end{cases} \quad (4.18)$$

5. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa model stokastik *fuzzy* dengan estimasi parameter menggunakan *fuzzy linguistic summary* dan rantai Markov adalah sebagai

$$X(k) = X(k-1)e^r$$

Dengan nilai r adalah

$$r_{ij} = \left(\sum_{n=1}^J \mu(t_{n+1}) - \mu(t_n) \right) / J$$

dan fungsi keanggotaannya

$$\mu(t_n) = \left(\frac{x}{y} \right)^2$$

6. REFERENSI

- [1] Baba, N. and M. Kozaki. (1992). An Intelligent Forecasting System of Stock Price Using Neural Networks. *Proc. Int'l Joint Conf. Neural Networks (IJCNN)*, 371-377.
- [2] Cai, Y., N. Cercone and J.Han, *Attribute-oriented induction in relational database*. Knowledge Discovery in Databases, Cambridge, MA, 1991, pp. 213
- [3] Chiang, D.A., L.R. Chow, and Y.-F. Wang. (2000) "Mining Time Series Data by a Fuzzy Linguistic Summary System," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 112, no. 3, pp. 419-432
- [4] Kim, K.J., and I. Han. (2000). "Genetic Algorithms Approach to Feature Discretization in Artificial Neural Networks for the Prediction of Stock Price Index," *Expert Systems with Applications*, vol. 19, pp. 125-132
- [5] Taylor, Howard M., and Samuel Karlin. 1998. *An Introduction to Stochastic Modeling, Revised Edition*. New York:Academic Press.
- [6] Wang, Yi-Fan, (2003). On-demand forecasting of stock prices using a real-time predictor, *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering* 15 1033–1037.
- [7] Wang, Yi-Fan, Shihmin Cheng, and Mei-Hua Hsu (2009). Incorporating the Markov Chain concept into fuzzy stochastic prediction of stock indexes. *Applied Soft Computing* 10 (2010) 613-617.