

OPTIMISASI PENJADWALAN KERETA API BERDASAR PEMROGRAMAN LINEAR INTEGER

Prapto Tri Supriyo

Fakultas MIPA, Institut Pertanian Bogor

email: praptotrisupriyo@gmail.com

Abstrak

Penentuan jadwal keberangkatan dan kedatangan kereta api merupakan suatu masalah yang dinamis khususnya bagi kereta api tak reguler. Sementara itu dalam kondisi tertentu pihak regulator seringkali dihadapkan pada masalah penjadwalan kembali bagi seluruh kereta apinya baik yang reguler maupun tidak. Karenanya model penjadwalan kereta api yang mampu mengatasi situasi yang dinamis semacam ini tentu sangat diperlukan. Penelitian ini bertujuan membangun model penjadwalan kedatangan dan keberangkatan kereta api berdasar pemrograman linear integer. Model mengasumsikan bahwa di setiap area stasiun tersedia sejumlah jalur yang memungkinkan terjadinya persilangan dan penyusulan antar kereta api. Fungsi objektif masalah penjadwalan ini adalah meminimumkan total keterlambatan semua kereta api yang dijadwalkan. Input model berupa interval waktu keberangkatan semua kereta api di stasiun awal, sedangkan output model berupa jadwal keberangkatan kereta api di stasiun awal serta jadwal kedatangan dan keberangkatan kereta api di stasiun-stasiun tujuan. Model divalidasi menggunakan bantuan perangkat lunak LINGO. Hasil penelitian memperlihatkan bahwa model yang dibangun dapat dikatakan layak untuk diimplementasikan.

Keywords: *penjadwalan kereta api, pemrograman linear integer.*

1. PENDAHULUAN

Penyusunan jadwal perjalanan kereta api (KA) merupakan aktifitas penting yang perlu mendapat perhatian khusus. Masalah penjadwalan ini merupakan masalah NP-hard, karenanya sejak tahun 1960-an berbagai metode *heuristic* berbasis AI (*Artificial Intelligence*) bermunculan untuk menyelesaikan masalah ini, seperti misalnya GA (*Genetic Algorithms*), TS (*Tabu Search*), AC (*Ant Colonies*), SA (*Simulated Annealing*), dan *Evolution Strategies*. Sejalan dengan perkembangan waktu, sesuai dengan berbagai kebutuhan, upaya penyusunan jadwal ini juga semakin rumit, dan adakalanya sekiranya memungkinkan kita membutuhkan model eksak untuk menyelesaikan masalah penjadwalan ini. Model eksak yang dipandang cocok dengan penambahan berbagai tujuan dan kendala adalah model pemrograman linear integer (*integer linear programming*).

Algoritme heuristik untuk menyelesaikan masalah penjadwalan mempunyai waktu eksekusi lebih efisien dibanding algoritme yang biasa digunakan untuk menyelesaikan masalah pemrograman linear integer. Namun demikian, sejalan dengan perkembangan teknologi komputer dengan kecepatan eksekusi dan

kapasitas memori yang semakin besar, dan dengan memperhatikan berbagai kelebihan yang bisa diperoleh, menjadikan model pemrograman linear integer sebagai pilihan yang cukup beralasan untuk membangun jadwal perjalanan KA.

Penelitian ini bertujuan membangun model untuk masalah optimisasi penentuan jadwal perjalanan KA sehingga biaya operasional perjalanan KA ini minimum. Model dibangun berdasar pemrograman linear integer dengan input berupa interval rencana waktu keberangkatan semua KA di stasiun awal dan output model berupa jadwal keberangkatan kereta api di stasiun awal serta jadwal kedatangan dan keberangkatan kereta api di stasiun-stasiun tujuan. Interval rencana waktu keberangkatan KA ini diberikan berdasarkan beberapa tujuan, misalnya berdasar perkiraan waktu-waktu yang diinginkan para penumpang. Dengan demikian model mempunyai kelenturan dalam menentukan jadwal keberangkatan semua KA di stasiun awal guna menghasilkan total waktu keterlambatan semua KA yang minimum. Model yang dibangun juga memberikan ruang terjadinya penyusulan antar KA yang berprioritas tinggi terhadap KA berprioritas rendah. Model mengasumsikan bahwa di setiap

area stasiun tersedia sejumlah jalur dimana memungkinkan terjadinya persilangan dan penyusulan antar KA. Selanjutnya model divalidasi pada beberapa kasus dengan menggunakan bantuan perangkat lunak berbasis optimisasi LINGO.

2. KAJIAN LITERATUR

Lee & Chen (2009) memberikan model optimisasi heuristik penyelesaian masalah penjadwalan penentuan jalur KA dengan fungsi objektif meminimumkan total waktu keterlambatan semua KA yang dijadwalkan. Keterlambatan KA ini disebabkan adanya persilangan antar KA. Model ini mengharuskan tersedianya rencana jadwal keberangkatan KA di stasiun awal sebagai input, termasuk di dalamnya rencana jalur yang harus dilalui setiap KA. Selanjutnya jadwal kedatangan dan keberangkatan KA di setiap stasiun secara faktual dapat ditetapkan. Berdasar model ini, memungkinkan terjadinya keterlambatan beberapa KA yang selanjutnya dapat diminimumkan dengan mengubah-ubah rencana jadwal kedatangan dan keberangkatan KA di stasiun awal.

Setianto (2011) memberikan model optimisasi penyelesaian masalah penjadwalan KA berbasis pemrograman linear integer dengan fungsi objektif meminimumkan total waktu keterlambatan semua KA yang dijadwalkan. Model ini tidak mengakomodasi adanya penyusulan antar KA.

Winston (2004) menyatakan bahwa *operations research* (OR) atau sering juga disebut sebagai *management science* (MS) merupakan pendekatan ilmiah untuk pengambilan keputusan yang bertujuan untuk mendapatkan rancangan atau solusi terbaik dalam pengoperasian suatu sistem yang biasanya berkaitan dengan pengalokasian sumberdaya-sumberdaya yang terbatas. Lebih lanjut dipaparkan pula berbagai model dan *tools* untuk menyelesaikan masalah-masalah optimisasi, beberapa diantaranya terkait dengan masalah pemrograman linear integer yang disertai dengan pembahasan perangkat lunak komersial berbasis optimisasi yang digunakan untuk membantu menyelesaikan masalahnya.

Salah satu keuntungan penggunaan model pemrograman linear integer adalah relatif fleksibel untuk dimodifikasi dan diadaptasikan. Modifikasi ini dilakukan terhadap fungsi objektif dan kendala-kendala yang terkait sesuai

kebutuhan dengan memperhatikan parameter-parameter yang tersedia.

3. METODE PENELITIAN

Secara umum, penelitian diawali dengan mendiskripsikan masalah secara informal, kemudian membangun model optimisasi beserta analisis matematikanya, dan yang terakhir melakukan validasi model menggunakan bantuan perangkat lunak berbasis optimisasi.

Dengan tidak menghilangkan sifat keumuman, deskripsi masalah dibangkitkan dari lingkup spasial yang akan dikaji sebagai model, yakni sejumlah rangkaian KA yang beroperasi pada jaringan jalur tunggal. Model optimisasi yang dibangun tetap bersifat umum sehingga dapat diimplementasikan untuk jaringan jalur tunggal maupun jalur ganda. Input model berupa interval rencana waktu keberangkatan semua KA di stasiun awal dan outputnya berupa jadwal keberangkatan kereta api di stasiun awal serta jadwal kedatangan dan keberangkatan kereta api di stasiun-stasiun tujuan. Model juga memberikan ruang terjadinya penyusulan antar KA yang berprioritas tinggi terhadap KA berprioritas rendah. Model mengasumsikan bahwa di setiap area stasiun tersedia sejumlah jalur dimana memungkinkan terjadinya persilangan dan penyusulan antar KA.

Lingkup substansi meliputi kajian dan pembangunan model optimisasi berdasar pemrograman linear integer. Selanjutnya model dianalisis secara matematik dan divalidasi dengan bantuan perangkat lunak optimisasi LINGO.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pandang jaringan KA jalur tunggal. Dalam satu periode waktu, beberapa KA berawal dari suatu stasiun kemudian bergerak ke kanan (atau ke kiri) melewati beberapa stasiun dan berakhir di suatu stasiun. Setiap KA mempunyai interval waktu rencana keberangkatan di stasiun awal.

Rencana jadwal keberangkatan dan kedatangan KA di setiap stasiun dalam prakteknya dapat menimbulkan keterlambatan. Keterlambatan ini dapat dipandang sebagai tambahan waktu yang terpaksa harus diberikan untuk suatu KA pada suatu blok tertentu. Selanjutnya diasumsikan bahwa perjalanan KA tidak pernah mengalami keterlambatan pada blok penghubung antar stasiun. Karenanya penambahan waktu ini hanya terjadi pada blok-blok di area stasiun. Dalam prakteknya

penambahan waktu ini terjadi karena KA harus menunggu KA lain yang berlawanan arah memasuki stasiun yang sama (kasus ini terjadi pada jaringan rel jalur tunggal) atau KA terpaksa harus didahului oleh KA berprioritas lebih tinggi. Model mengasumsikan bahwa di setiap area stasiun tersedia sejumlah jalur dimana memungkinkan terjadinya persilangan dan penyusulan antar KA.

Penentu keterlambatan KA di setiap stasiun ini dapat dinyatakan dengan suatu variabel sesuai dengan kebutuhan. Sekiranya tidak diperlukan, variabel ini tidak perlu dimunculkan, karena dalam prakteknya upaya meminimumkan keterlambatan ini bisa dinyatakan dalam bentuk lain pada fungsi objektif yang akan dijelaskan pada bagian selanjutnya.

Himpunan

$I = \{1, 2, \dots, n\}$ himpunan nomor KA dengan indeks i atau j ,

$S = \{1, 2, \dots, m\}$ himpunan stasiun dengan indeks k dan l . Indeks o_i menyatakan stasiun awal keberangkatan KA nomor i , sedangkan indeks d_i menyatakan stasiun tujuan akhir KA nomor i .

Parameter

q = jeda waktu aman keberangkatan kedua KA berurutan,

r = waktu yang diperlukan untuk pemindahan wesel,

w_{ikl} = waktu tempuh KA nomor i dari stasiun k sampai stasiun terdekat berikutnya l ,

M = bilangan positif relatif besar, sebagai pembantu dalam mengambil keputusan,

P_i = prioritas KA nomor i . Nilai P_i semakin besar menunjukkan bahwa prioritas KA tersebut semakin tinggi,

t_{ik} = waktu yang diperlukan KA nomor i untuk menurunkan dan menaikkan penumpang di stasiun k .

Variabel keputusan

\vec{D}_{ik} = jam kedatangan KA i (pada saat KA berhenti sempurna) di stasiun k ke arah kanan,

\vec{B}_{ik} = jam keberangkatan KA i di stasiun k ke arah kanan,

\bar{D}_{ik} = jam kedatangan KA i (pada saat KA berhenti sempurna) di stasiun k ke arah kiri,

\bar{B}_{ik} = jam keberangkatan KA i di stasiun k ke arah kiri,

$x_{ijk}, y_{ijk}, z_{ijk} \in \{0, 1\}$ merupakan variabel keputusan pembantu.

Jadwal Keberangkatan KA

Rencana keberangkatan KA nomor i di stasiun awal k diberikan dalam interval waktu $a \leq \vec{B}_{ik} \leq b$ sebagai input terhadap model. Sedangkan jam keberangkatan faktualnya akan ditentukan oleh model untuk meminimumkan total keterlambatan seluruh KA yang terkait. Pergerakan KA terkait dengan kedatangan dan keberangkatan KA di setiap stasiun yang bergantung dengan waktu tempuh KA masing-masing. Untuk memenuhi syarat aman dua KA berurutan, jam keberangkatan dua KA i dan j berurutan harus memenuhi salah satu dari kedua pertaksamaan $\vec{B}_{ik} + q \leq \vec{B}_{jk}$ atau $\vec{B}_{jk} + q \leq \vec{B}_{ik}$. Secara formal kendala ini dapat dinyatakan sebagai:

$$\vec{B}_{ik} + q - \vec{B}_{jk} \leq My_{ijk} \text{ dan } \vec{B}_{jk} + q - \vec{B}_{ik} \leq M(1 - y_{ijk}), \text{ untuk setiap } i \neq j.$$

Sementara itu, pada jaringan jalur tunggal, syarat aman keberangkatan dua KA berlawanan arah dari dua stasiun yang berdekatan k dan $k + 1$ harus memenuhi salah satu dari kedua pertaksamaan $\vec{B}_{ik} + w_{ikl} \leq \vec{B}_{jl}$ atau $\vec{B}_{jl} + w_{jlk} \leq \vec{B}_{ik}$. Sehingga, secara formal kendala ini dapat dinyatakan sebagai:

$$\vec{B}_{ik} + w_{ik(k+1)} - \vec{B}_{jl} \leq My_{ijk} \text{ dan } \vec{B}_{jl} + w_{j(k+1)k} - \vec{B}_{ik} \leq M(1 - y_{ijk}), \text{ untuk setiap } i \neq j.$$

Penyusulan Antar KA

KA berprioritas rendah dimungkinkan disusul oleh KA berprioritas lebih tinggi. Penyusulan antar KA hanya bisa terjadi di blok area suatu stasiun, sehingga diperlukan suatu kendala yang tidak memungkinkan terjadi penyusulan di luar blok area stasiun. Hal ini dapat dilakukan dengan mengatur dimana dua KA yang diberangkatkan secara berurutan dengan jarak aman q dari suatu stasiun yang sama, haruslah dapat mempertahankan jarak aman tersebut hingga tiba di stasiun berikutnya. Sehingga kendala ini dapat dinyatakan sebagai:

$$\vec{B}_{ik} + q \leq \vec{B}_{jk} \Rightarrow \vec{D}_{i(k+1)} + q \leq \vec{D}_{j(k+1)}$$

Jika kendala jarak keberangkatan sudah dipenuhi, maka kendala di atas cukup dinyatakan dengan:

$$\vec{B}_{ik} < \vec{B}_{jk} \Rightarrow \vec{D}_{i(k+1)} < \vec{D}_{j(k+1)}$$

$$\Leftrightarrow 0 < \vec{B}_{jk} - \vec{B}_{ik} \Rightarrow 0 < \vec{D}_{j(k+1)} - \vec{D}_{i(k+1)}$$

Sehingga secara formal kendala ini dapat dinyatakan sebagai:

$$\vec{B}_{jk} - \vec{B}_{ik} < M(1 - z_{ijk}) \text{ dan } \vec{D}_{i(k+1)} - \vec{D}_{j(k+1)} < Mz_{ijk}, \text{ untuk setiap } i \neq j \text{ dan setiap } k.$$

Fungsi objektif

Prioritas KA terkait dengan pemilihan KA yang semestinya didahulukan berangkat dari suatu stasiun. Kasus ini bisa terjadi seandainya ada beberapa KA yang searah tiba di suatu stasiun yang sama dalam waktu hampir bersamaan. Kejadian ini memungkinkan adanya penyusulan antar KA. Kasus lain yang mungkin terjadi adalah adanya dua KA berlawanan arah yang tiba secara hampir bersamaan pada dua stasiun yang berdekatan yang terhubung dengan jalur tunggal. Mekanisme pemilihan KA yang didahulukan untuk diberangkatkan pada prinsipnya terkait dengan upaya fungsi objektif dalam menentukan kondisi yang meminimumkan total keterlambatan seluruh KA. Oleh karena itu pemilihan KA yang didahulukan berangkat dari suatu stasiun akan dikendalikan oleh fungsi objektif dengan memberikan koefisien yang menyatakan bobot terkait dengan prioritas KA. Sehingga fungsi objektif model ini adalah:

$$\text{Min } f = \sum_{i \in I} \sum_{k \in S} [P_i(\vec{B}_{ik} - \vec{D}_{ik}) + P_i(\vec{B}_{ik} - \vec{D}_{ik})]$$

Memperhatikan fungsi objektif ini, maka dapat dipahami bahwa nilai P_i yang semakin besar akan mempunyai kesempatan semakin besar untuk mengurangi total keterlambatan. Artinya, KA dengan nilai P_i semakin besar menunjukkan bahwa KA tersebut mempunyai prioritas keberangkatan yang semakin tinggi. Perlu diperhatikan bahwa untuk dua KA yang mempunyai kecepatan relatif berbeda, misalkan KA barang dengan KA penumpang, maka nilai P_i kedua KA tersebut haruslah mempunyai perbedaan yang relatif besar. Sebagai contoh, jika kecepatan KA penumpang dua kali

kecepatan KA barang dan KA penumpang punya prioritas didahulukan, maka nilai prioritas KA penumpang haruslah lebih besar dari dua kali nilai prioritas KA barang.

Kendala

Kendala yang harus dipenuhi adalah sebagai berikut:

1. Interval jam keberangkatan KA di stasiun awal.

$$a_{ik} \leq \vec{B}_{ik} \leq b_{ik}, \forall i, \forall k \in o_i$$

$$c_{ik} \leq \vec{B}_{ik} \leq d_{ik}, \forall i, \forall k \in o_i$$

dimana a_{ik}, b_{ik}, c_{ik} dan d_{ik} merupakan konstanta bilangan nyata.

2. Kedatangan KA di stasiun berikutnya.

$$\vec{B}_{ik} + w_{ik(k+1)} = \vec{D}_{i(k+1)}, \forall i, \forall k \neq m.$$

$$\vec{B}_{ik} + w_{ik(k-1)} = \vec{D}_{3(k-1)}, \forall i, \forall k \neq 1.$$

3. Keberangkatan KA di setiap stasiun.

$$\vec{D}_{ik} + t_{ik} \leq \vec{B}_{ik}, \forall i, \forall k$$

$$\vec{D}_{ik} + t_{ik} \leq \vec{B}_{ik}, \forall i, \forall k$$

untuk KA yang tidak dipersyaratkan berhenti di suatu stasiun, maka $t_{ik} = 0$.

4. Syarat aman keberangkatan dua KA berurutan.

$$\vec{B}_{ik} + q - \vec{B}_{jk} \leq My_{ijk} \ \& \ \vec{B}_{jk} + q -$$

$$\vec{B}_{ik} \leq M(1 - y_{ijk}), \forall i \neq j, \forall k$$

$$\vec{B}_{ik} + q - \vec{B}_{jk} \leq My_{ijk} \ \& \ \vec{B}_{jk} + q -$$

$$\vec{B}_{ik} \leq M(1 - y_{ijk}), \forall i \neq j, \forall k$$

5. Syarat aman kedatangan dua KA berurutan (terkait dengan kendala no. 4), sehingga tidak memungkinkan adanya dua KA dengan jam kedatangan yang sama.

$$\vec{D}_{i(k+1)} + q - \vec{D}_{j(k+1)} \leq My_{ijk} \ \&$$

$$\vec{D}_{j(k+1)} + q - \vec{D}_{i(k+1)} \leq M(1 - y_{ijk}),$$

$$\forall i \neq j, \forall k \neq m$$

$$\vec{D}_{i(k-1)} + q - \vec{D}_{j(k-1)} \leq My_{ijk} \ \&$$

$$\vec{D}_{j(k-1)} + q - \vec{D}_{i(k-1)} \leq M(1 - y_{ijk}),$$

$$\forall i \neq j, \forall k \neq 1$$

6. Syarat aman keberangkatan dua KA berlawanan arah.

$$\vec{B}_{ik} + w_{ik(k+1)} - \vec{B}_{j(k+1)} \leq My_{ijk} \ \& \ \vec{B}_{j(k+1)} +$$

$$w_{j(k+1)k} - \vec{B}_{ik} \leq M(1 - y_{ijk}), \forall i \neq j, \forall k \neq m$$

7. Syarat penyusulan antar KA.

$$\begin{aligned} \vec{B}_{jk} - \vec{B}_{ik} &< M(1 - z_{ijk}) \ \& \ \vec{D}_{i(k+1)} - \\ \vec{D}_{j(k+1)} &< Mz_{ijk}, \ \forall i \neq j, \ \forall k \neq m \\ \vec{B}_{jk} - \vec{B}_{ik} &< M(1 - z_{ijk}) \ \& \ \vec{D}_{i(k+1)} - \\ \vec{D}_{j(k+1)} &< Mz_{ijk}, \ \forall i \neq j, \ \forall k \neq 1 \end{aligned}$$

8. Di setiap stasiun tidak dimungkinkan terjadi keberangkatan dan kedatangan dua KA berlawanan arah pada waktu bersamaan. Hal ini untuk memberikan kesempatan operator stasiun untuk melakukan pemindahan wesel.

$$\begin{aligned} \vec{D}_{ik} + r - \vec{B}_{jk} &\leq Mx_{ijk} \ \text{dan} \ \vec{B}_{jk} + r - \\ \vec{D}_{ik} &\leq M(1 - x_{ijk}), \ \forall i \neq j, \ \forall k \\ \vec{D}_{ik} + r - \vec{B}_{jk} &\leq Mx_{ijk} \ \text{dan} \ \vec{B}_{jk} + r - \\ \vec{D}_{ik} &\leq M(1 - x_{ijk}), \ \forall i \neq j, \ \forall k \end{aligned}$$

9. Variabel keputusan pembantu.
 $x_{ijk}, y_{ijk}, z_{ijk} \in \{0,1\}$

Validasi

Validasi model dilakukan menggunakan bantuan perangkat lunak LINGO 11.0 dengan input berbagai parameter yang sesuai. Hasil validasi memperlihatkan adanya kesamaan hasil dengan perhitungan di atas kertas untuk semua skenario yang diberikan.

5. KESIMPULAN

Telah diperlihatkan formulasi masalah penjadwalan KA berdasar model pemrograman linear integer dengan fungsi objektif meminimumkan total waktu keterlambatan semua KA. Input model berupa interval waktu keberangkatan KA di stasiun awal, sedangkan output model berupa waktu keberangkatan KA di stasiun awal serta waktu kedatangan dan keberangkatan KA di stasiun-stasiun tujuan. Formulasi penjadwalan ini dilakukan melalui beberapa tahap, yakni: (1) Menentukan prioritas KA dan fungsi objektif; (2) Memformulasikan kendala-kendala yang terkait.

Implementasi model ini dalam praktek tentunya membutuhkan penyesuaian berdasar keperluan tertentu, misalnya pada kasus jaringan jalur ganda, maka syarat aman keberangkatan dua KA berlawanan arah tidak diperlukan lagi.

6. REFERENSI

Lee Yusin. & Chen Chuen-Yih. 2009. *A Heuristic for the Train Pathing and Timetabling Problem*. Transportation Research part B 43:837-851.

Setianto D. 2011. *Penjadwalan Kereta Api Menggunakan Pemrograman Linear Integer [Skripsi]*. Bogor (ID): Institut Pertanian Bogor.

Winston WL. 2004. *Operations Research: Applications and Algorithms*. New York (US):Duxbury