OPTIMALISASI PORTOFOLIO DENGAN METODE BLACK-LITTERMAN MELALUI PENDEKATAN BAYES

Uswatul Auliya Murtadina[1], Dewi Retno Sari Saputro[2]
[1] Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret
email: uswatulauliya2@gmail.com
[2] Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret
email: dewiretnoss@staff.uns.ac.id

Abstrak

Kegiatan berinvestasi yang dilakukan oleh investor tidak dapat terlepas dari faktor return dan risiko. Pembentukan portofolio menjadi suatu pilihan yang dapat membantu meminimalkan risiko dan mengoptimalkan keuntungan investasi. Teori pembentukan portofolio diawali dengan mean-variance pada tahun 50an. Selanjutnya teori portofolio seperti Capital Assets Pricing Model (CAPM) dan Single Index Model. Pada tahun 90-an muncul model portofolio yang dikenal dengan Model Black-Litterman (BL). Model BL bertujuan untuk mengoptimalkan keuntungan investasi melalui pemberian proporsi modal yang berbeda pada masing-masing saham portofolio. Metode ini merupakan model pembentukan portofolio yang mengkombinasikan dua jenis informasi yaitu return ekuilibrium dari Capital Assets Pricing Model dan views investor tentang return suatu asset. Model Black-Litterman dapat dibentuk dari beberapa pendekatan salah satunya yaitu dengan pendekatan Bayes. Kerangka kerja yang dipaparkan mempertimbangkan estimasi likelihood gabungan dari pandangan investor yang subjektif (sebagai prior) dan data empiris (berdasarkan estimasi model). Opini yang baru dibentuk dengan mengkombinasikan data return ekuilibrium dan views investor. Dari penelitian ini, dihasilkan model BL dengan pendekatan Bayes untuk membentuk portofolio yang optimal.

Keywords: *Model Black-Litterman, Model CAPM, Portofolio, Bayes*

1. PENDAHULUAN

Investasi merupakan penempatan sejumlah dana pada saat ini dengan harapan memeroleh keuntungan pada masa yang akan datang (Halim, [3]). Saat ini, investasi menjadi kegiatan yang sangat diminati masyarakat di Indonesia terbukti investor perorangan di Indonesia mencapai 1.61 juta hingga akhir tahun 2018. Jumlah tersebut meningkat 44% dibandingkan dengan jumlah investor pada akhir tahun 2017 (KSEI, [7]). Selain itu, Bursa Efek Indonesia (BEI, [1]) juga mencatat frekuensi perdagangan saham harian mencapai 392 ribu per hari atau tertinggi di Asia dengan aktivitas investor mencapat 7.5 juta transaksi dari 43 ribu investor per hari. Investasi menjadi pilihan masyarakat karena keinginan untuk memeroleh kehidupan yang lebih layak, mengurangi tekanan inflasi dan dorongan menghemat pajak (Tandelilin, [11]).

Setiap orang yang berinvestasi (investor) tidak pernah lepas dari risiko. Selain bertujuan seperti yang telah disebutkan sebelumnya, tujuan lainnya adalah memeroleh keuntungan (*return*) yang besar dengan risiko yang kecil. Keuntungan yang diharapkan investor pada masa yang akan datang disebut sebagai *expected return*. Strategi yang sering digunakan investor untuk memperkecil investasi adalah membentuk portofolio. Portofolio merupakan kombinasi beberapa saham sebagai pilihan investasi dengan tujuan apabila harga salah satu usaha menurun dan yang lain meningkat maka investor tidak mengalami kerugian (Zubir, [12]). Banyaknya kemungkinan portofolo yang dibentuk dari kombinasi saham-saham di pasar menjadi masalah baru sehingga diperlukan model matematika untuk membentuk portofolio yang optimal.

Banyak model optimalisasi portofolio yang berkembang dan dapat digunakan oleh investor. Pada tahun 1952, Markowitz [6] memperkenalkan model *mean variance*. Model ini menggunakan data historis saham sebagai dasar pembentukan portofolio berdasarkan *mean* dan variansinya. Namun, hasil portofolio model *mean variance* ekstrim dan tidak intuitif (Subekti, [8]). Kemudian pada tahun 1966, Sharpe [10] memperkenalkan *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Model CAPM menghubungkan *expected return* dengan risiko pada kondisi pasar seimbang. *Expected return* model CAPM dipengaruhi oleh *return* pasar, *return* aset bebas risiko, dan risiko sistematis. Dalam pembentukan portofolio, terkadang investor juga memiliki pendapatnya tentang performa saham pada masa yang akan datang sehingga model CAPM tidak mampu memfasilitasi hal tersebut. Kemudian pada tahun 1992, Black dan Litterman [2] memperkenalkan model baru yang dikenal dengan model Black-Litterman (BL).

Model BL mengkombinasikan dua sumber informasi yaitu return ekuilibrium dengan pandangan investor (*views*) untuk menentukan *expected return* berdasarkan keyakinan yang dimiliki terhadap saham yang akan dipilih. Satchell dan Scowcroft [9] mengembangkan model BL dengan pendekatan Bayes. Model BL dengan pendekatan Bayes menggunakan pandangan investor (*views*) sebagai informasi *prior* dan informasi pasar sebagai data sampel yang kemudian dikombinasi untuk membentuk data baru (data *posterior*).

2. KAJIAN LITERATUR

Model Mean-Variance Markowitz

Markowitz [5] memperkenalkan model tentang pemilihan portofolio optimal pada tahun 1952 yang dikenal *dengan model mean-variance* Markowitz. Portofolio optimal menggunakan model *mean-variance* Markowitz dapat dilakukan dengan mengoptimalkan portofolio efisien dengan preferensi investor yang dirumuskan dalam bentuk sebagai berikut.

a) Meminimumkan risiko dengan tingkat tertentu.
   $Min\ Var\ (R_P) = W'\Sigma W$ dengan
   $W'\mu = \mu$.
b) Memaksimumkan return dengan tingkat risiko tertentu.
   $Maks\ E(R_p) = W'\mu$ dengan
   $W'\Sigma W = \sigma^2$.

Rumus bobot portofolio model *mean-varianace* ditulis sebagai

$$\boldsymbol{W_m} = (\delta\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\mu}.$$

Model Black-Litterman (BL)

Model Black Litterman (BL) diperkenalkan oleh Black dan Litterman [2] pada tahun 1990. Model BL terbentuk karena terkadang investor juga memiliki pendapatnya tentang performa saham pada masa yang akan datang. Model ini mengkombinasikan *return* ekuilibrium dengan *views* investor.

Secara umum, persamaan model Black-Litterman menurut He dan Litterman [4] ditulis sebagai

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = [(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1} + \boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}]^{-1}[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\Pi} + \boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{Q}]$$

dengan $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ merupakan *expected return* model BL ukuran $n \times 1$, τ merupakan skala tingkat keyakinan investor terhadap *views*, $\boldsymbol{\Sigma}$ merupakan matriks kovariansi *return* ukuran $n \times n$, $\boldsymbol{P}$ matriks bobot *views* ukuran $k \times n$, $\boldsymbol{\Omega}$ matriks kovariansi eror ukuran $k \times k$, $\boldsymbol{\Pi}$ vektor ekuilibrium *return* ukuran $n \times 1$ dan $\mathbf{Q}$ vktor views ukuran $k \times 1$.

Teorema Bayes

Teorema Bayes banyak digunakan terkait permasalahan peluang bersyarat. Peluang sebelum direvisi disebut peluang awal *(prior probability*) dan peluar yang diperbarui disebut peluang akhir (*posterior probability*). Misalkan ada dua kejadian A dan B. Dengan menggunakan aturan Bayes, dibentuk likelihood gabungan A dan B yang ditulis sebagai

$$P(AB) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

Jadi

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

$P(A|B)$ adalah fungsi densitas kejadian diperoleh dari perkalian densitas bersyarat kejadian B dengan densitas prior $P(A)$ yang dibagi dengan probabilitas kejadian B. Oleh karena itu, aturan Bayes memberikan mekanisme untuk mensintesis dengan kenyataan.

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian berdasarkan teori. Penelitian berdasarkan teori yaitu melakukan kajian tentang model Black-Litterman dengan pendekatan Bayes. Metode yang digunakan adalah studi *literature* dengan mempelajari dan menurunkan ulang beberapa materi terkait model Black-Litterman. Selanjutnya mengkaitkan model tersebut dengan Bayes dan portofolio. *Literature* yang dimaksudkan dalam hal ini adalah jurnal dan artikel hasil penelitian dan beberapa situs pendukung di internet dan *textbook*.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model BL dengan pendekatan Bayes dilakukan dengan cara menggabungkan *views* subjektif dari investor tentang *return* yang diharapkan (*expected return*) dari satu atau lebih *asset* dengan vektor ekuilibrium pasar (distribusi *prior*). Persamaan baru yang diperoleh, digabungkan kembali dengan estimasi *expected return*. Hasil penggabungan vektor *return* (distribusi *posterior*) mengarah pada portofolio yang intuitif dengan bobot portofolio yang tepat (Idzorek, [5]).

Untuk mempermudah pemahaman tersebut dimisalkan terdapat dua kejadian A dan B dengan A merupakan *expected return* ($\boldsymbol{E(r)}$) dan B ekuilibrium *return* ($\boldsymbol{\Pi}$). Aturan Bayes digunakan untuk membentuk *likelihood* gabungan A dan B yang ditulis sebagai

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})|\boldsymbol{\Pi}) = \frac{P(\boldsymbol{\Pi}|\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}))P(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}))}{P(\boldsymbol{\Pi})} \tag{4.1}$$

dengan $P(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})|\boldsymbol{\Pi})$ merupakan probabilitas bersyarat dari $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ terhadap $\boldsymbol{\Pi}$, $\boldsymbol{r}$ merupakan vektor *return* ukuruan $N \times 1$, $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ *expected return* dan $\boldsymbol{\Pi}$ *return* ekuilibrium.

Diasumsikan keyakinan prior sebagai $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}))$ yang mempunyai bentuk k kendala linear dari vektor *expected return* dan ditulis dengan matriks $\boldsymbol{P}$ dengan ukuran $k \times n$

$$\boldsymbol{P}\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{Q} + v \tag{4.2}$$

dengan merupakan $\boldsymbol{Q}$ vector *views return* dan $v \sim N(0, \Omega)$, $\boldsymbol{\Omega}$ merupakan matriks kovariansi $k \times k$. Hal tersebut menandakan adanya pandangan yang masih belum pasti dan diasumsikan berdistribusi normal dengan matriks kovariansi diagonal $\boldsymbol{\Omega}$. Variansi eror membentuk matriks kovarian diagonal **(Ω)** dengan semua elemen di atas dan bawah diagonal bernilai nol karena diasumsikan *views* tidak bergantung satu sama lain. Matriks $\boldsymbol{\Omega}$ sebagai matriks diagonal kovariansi *views* ditulis sebagai

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} \tau P_1 \Sigma P'_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \tau P_k \Sigma P'_k \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{P}'\tau\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P} \tag{4.3}$$

dengan **P** adalah matriks bobot *views*, **Σ** matriks kovariansi *return*, $\boldsymbol{P'}$ merupakan transpose matriks bobot *views* $\boldsymbol{P}$ dan τ skala tingkat keyakinan investor terhadap *views*. Apabila elemen diagonal matriks kovariansi **Ω** bernilai nol berarti investor dianggap sangat yakin terhadap *views* sehingga berakibat $\boldsymbol{P}\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{Q}$. Fungsi densitas dari data ekulibrium *return* dengan syarat informasi prior diasumsikan sebagai

$$\boldsymbol{\Pi}|\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \sim N(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}), \tau\boldsymbol{\Sigma}) \tag{4.4}$$

dengan $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\Pi}) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$, artinya ada asumsi bahwa *mean return* ekulibrium sama dengan rata-rata *return* pasar yang dapat diperoleh melalui CAPM. Sedangkan, skala τ adalah suatu angka yang diberikan investor untuk menghitung matriks kovariansi historis **Σ**.

Fungsi densitas posterior $(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})|\boldsymbol{\Pi})$ berdasarkan persamaan (4.2) dan (4.3) yang diterapkan pada persamaan (4.1) merupakan multivariat normal. Dari asumsi untuk distribusi $\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r})$ dan dapat dinyatakan masing-masing bentuk fungsi densitas probabilitas (fdp) sebagai berikut.

$$f\big(P\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\big) = \frac{k}{\sqrt{2\boldsymbol{\Pi}|\Omega}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{P}\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{Q})'(\boldsymbol{P}\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{Q})\right\}$$

$$f\big(\boldsymbol{\Pi}\big|\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\big) = \frac{k}{\sqrt{2\boldsymbol{\Pi}|\tau\boldsymbol{\Sigma}|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\big(\boldsymbol{\Pi} - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\big)'(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}(\boldsymbol{\Pi} - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}))\right\}.$$

Berdasarkan aturan Bayes, persamaan (4.1) disubstitusikan densitas $\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r})$ dan $\boldsymbol{\Pi}|\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ sehingga terbentuk densitas *posterior* berikut

$$exp\left\{-\frac{1}{2}\big(\boldsymbol{\Pi} - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\big)'(\boldsymbol{\tau\Sigma})^{-\mathbf{1}}\big(\boldsymbol{\Pi} - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\big) - \frac{1}{2}(\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{Q})'\,\boldsymbol{\Omega}^{-\mathbf{1}}\,(\boldsymbol{PE}(\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{Q})\right\}.$$

Densitas posterior dapat ditulis sebagai

$$exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'\boldsymbol{X}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\frac{1}{2}\boldsymbol{Y}'\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})+\boldsymbol{Z}\right)\right\}$$

dengan

$\boldsymbol{X}=(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}$
$\boldsymbol{Y}=(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\Pi}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{Q}$
$\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{\Pi}'(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\Pi}+\boldsymbol{Q}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{Q}$

sehingga

$$exp\left\{-\tfrac{1}{2}\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})'\boldsymbol{X}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\tfrac{1}{2}\boldsymbol{Y}'\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})+\boldsymbol{Z}\right)\right\}= exp\left\{-\tfrac{1}{2}(\boldsymbol{Z}-\boldsymbol{Y}'\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y})\right\}\times exp\left\{-\tfrac{1}{2}(\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{Y})'\boldsymbol{X}^{-1}(\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{Y})\right\}.$$

Pada densitas $exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{Z}-\boldsymbol{Y}'\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y})\right\}$ menjadi konstanta dalam distribusi posterior, sedangkan $exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{Y})'\boldsymbol{X}^{-1}(\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{Y})\right\}$ dapat dijelaskan kembali menjadi

$$-\tfrac{1}{2}(\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{Y})'\boldsymbol{X}^{-1}(\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{Y})$$

$$=-\tfrac{1}{2}\left(\boldsymbol{X}\left(\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}\right)'\boldsymbol{X}^{-1}\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}\right)\right)\right)$$

$$=-\tfrac{1}{2}\left(\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}\right)'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{X}\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}\right)\right)$$

$$=-\tfrac{1}{2}\left(\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}\right)'\boldsymbol{X}\left(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}\right)\right).$$

Diperoleh mean dan variansi untuk mean posterior yang ditulis sebagai

$$\left[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}\right]^{-1}\left[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\Pi}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{Q}\right]$$

dan

$$\left[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}\right]^{-1}.$$

Distribusi *return* kombinasi yang baru sebagai distribusi posterior berdistribusi multivariate normal adalah

$$(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})|\boldsymbol{\Pi})\sim N\left(\left[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}\right]^{-1}\left[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\Pi}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{Q}\right],\ \left[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}\right]^{-1}\right).$$

Selanjutnya akan diteruskan menjadi

$$\boldsymbol{\mu_{bl}}=\left[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}\right]^{-1}\left[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\Pi}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{Q}\right]$$

$$=\left[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}\right]^{-1}(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}(\boldsymbol{\tau\Sigma})\left[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\Pi}+\mathbf{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{Q}\right]$$

$$=\left[\boldsymbol{I}+\tau\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}\right]^{-1}\left[\boldsymbol{\Pi}+\tau\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{Q}\right]$$

$$=\boldsymbol{\Pi}+\left[\boldsymbol{I}+\tau\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{P}\right]^{-1}\left[\tau\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}(\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Pi})\right]$$

$$=\boldsymbol{\Pi}(\tau\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P}')(\boldsymbol{\Omega}+\boldsymbol{P}'\tau\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P})^{-1}(\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Pi})$$

$$=\boldsymbol{\Pi}+(\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P}')(\tau^{-1}\boldsymbol{\Omega}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P})^{-1}(\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Pi})\ .$$

Untuk memeroleh bobot masing-masing saham, digunakan rumus pembobotan *mean variance* Markowitz yang ditulis sebagai

$$\boldsymbol{W_{bl}}=(\delta\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\mu_{bl}}$$

$$=(\delta\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\left(\boldsymbol{\Pi}+(\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P}')(\tau^{-1}\boldsymbol{\Omega}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P})^{-1}(\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Pi})\right).$$

Pembobotan $\boldsymbol{W_{bl}}$ memberikan hasil berupa proporsi pada tiap asset dengan jumlah proporsi sebesar 1.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa model BL dengan pendekatan Bayes ditulis sebagai

$$\boldsymbol{\mu_{bl}}=\boldsymbol{\Pi}+(\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P}')(\tau^{-1}\boldsymbol{\Omega}+\boldsymbol{P}'\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{P})^{-1}(\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Pi})$$

dan besar bobot saham ditentukan dengan rumus yang ditulis sebagai

$$\boldsymbol{W_{bl}}=(\delta\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\mu_{bl}}.$$

6. REFERENSI

[1] Bursa Efek Indonesia, *Indeks Harga Saham*, https://www.idx.co.id/produk/ indeks, 7 Februari 2019.

[2] Black, F., Litterman, R., *Global Portofolio Optimization*, Financial Analyst Journal, pp. 28-43, 1992.

[3] Halim, A., Analisis Investasi Edisi 2, Jakarta: Salemba Empat, 2005.

[4] He, G., Litterman, R., *Global Portofolio Optimization*, Financial Analysts Journal, pp. 28-43, 1992.

[5] Idzorek, T. M., *A step-by-Step Guide to The Black-Litterman Model: Incor-porating userspecifide confi-dence level*, Journal of Elsevier Finance, pp. 1-34, 2005.

[6] Markowitz, H., *Portofolio Selection: Efficient Diversification of Invest-ment*, The Journal of Finance, pp. 77-91, 1952.

[7] PT Kustodian Sentral Efek Indonesia, *21 Tahun KSEI: Inovasi untuk Kenyamanan Transaksi di Pasar Modal*, http: // www/ ksei.co.id/ publicati-on/ press-releases, 7 Februari 2019.

[8] Subekti, R., *Keunikan Model Black Litterman dalam Pembentukan Portofolio*, Prosiding Seminar Nasional MIPA UNY, Yogyakarta, 2009.

[9] Satchell, S., Scowcroft, A., *A demystifaction of Black-Litterman Model: Managing Quantitive and Traditional Portofolio Construvtion*, Journal of Asset Management, pp. 138-150, 2000.

[10] Sharpe, W., *Capital Asset Prices: A Theory of market Equilibrium under Conditions of Risk*, The Journal of Finance, Vol 39 No 1, pp. 119-138, 1966.

[11] Tandelilin, E., *Portofolio dan Investasi*, Yogyakarta: Kanisius, 2010.

[12] Zubir, Z., *Managemen Portofolio: Penerapan dalam Investasi Saham*, Jakarta: Salemba Empat, 2011.