MENEMUKAN BILANGAN OKTAL DARI HASIL SEMBILAN PANGKAT BASIS LIMA MENGGUNAKAN SEGITIGA PASCAL

Sola Gracia Bernadine Mboeik [1)]
[1] Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma
email: solagraciabernadine@gmail.com

Abstract

Bilangan oktal merupakan salah satu bilangan yang digunakan dalam pemograman komputer selain bilangan biner dan bilangan heksadesimal. Penelitian ini bertujuan untuk menemukan cara mudah mengkonversi bilangan desimal ke bilangan oktal dengan menggunakan segitiga pascal. Penelitian ini dilakukan dengan metode eksplorasi dari operasi perkalian dan perpangkatan serta konversi bilangan desimal ke bilangan oktal. Hal menarik yang didapatkan bahwa hasil sembilan pangkat bilangan basis lima jika dikonversikan menjadi bilangan oktal maka hasilnya akan membentuk pola segitiga pascal, dari penemuan ini dapat mempermudah kita untuk menkonversikan bilangan desimal yang merupakan hasil dari sembilan pangkat bilangan basis lima menjadi bilangan oktal dengan hanya mengingat setiap elemen pada baris di segitiga pascal.

Keywords: *Bilangan Oktal, Segitiga Pascal, Perpangkatan*

1. PENDAHULUAN

Bilangan yang sering kita kenal dan juga kita gunakan dalam kehidupan sehari disebut bilangan basis sepuluh yang terdiri dari angka 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, namun ternyata selain bilangan basis sepuluh terdapat juga basis bilangan lain yaitu bilangan basis delapan atau disebut dengan bilangan oktal, bilangan oktal merupakan salah satu basis bilangan yang cukup penting digunakan dalam dunia pemrograman komputer selain bilangan basis dua atau bilangan biner dan juga bilangan basis enam belas atau bilangan heksadesimal, sebenarnya fungsi dari bilangan octal sendiri tidak jauh berbeda dengan bilangan biner dan heksadesimal, yaitu sebagai kode komputasi yang digunakan oleh komputer, dimana dalam plikasinya bilangan oktal dipakai sebagai pengganti bilangan heksadesimal, dan keuntungannya dengan menggunakan bilangan oktal kita tidak memerlukan simbol ekstra seperti bilangan heksadesimal yang membutuhkan simbol ekstra A-F

Mengetahui manfaat dan keuntungan dari penggunaan bilangan oktal membuat peneliti tertarik untuk mengetahui cara mudah mengkonversi bilangan decimal atau bilangan basis sepuluh yang sering kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari menjadi bilangan octal.dengan menggunakan algoritma pembagian atau algoritma *Euclidean* . dengan menggunakan teorema ini kita membutuhkan ketelitian, kecermatan dan juga keterampilan dalam mengoperasikan bilangan bulat, apabila kita kurang teliti dan cermat dalam pengoperasian maka kita harus mengulang kembali prosesnya sehingga lebih lama, oleh karna itu dalam penelitian ini bertujuan untuk menemukan cara mudah mengkonversikan bilangan desimal menjadi bilangan oktal. Setelah melakukan analisis menggunakan algoritma pembagian, yaitu menkonversi hasil dari Sembilan pangangkat bilangan basis lima di temukan suatu pola yang tak lain adalah segitiga pascal. Sehingga kita dapat dengan mudah untuk mengkonversi hasil dari Sembilan pangkat bilangan basis lima, hanya dengan mengingat setiap elemen perbaris segitiga pascal.

2. KAJIAN LITERATUR DAN PEGEMBANGAN HIPOTESIS

Penelitian ini sendiri didasari oleh konsep dari konversi bilangan bulat dengan dasar teorema yang menyatakan,

misalkan b suatu bilangan bulat positif yang lebih besar dari 1, maka setiap bilangan bulat positif n dapat ditulis secara tunggal dalam bentuk:

$$n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + a_{k-2} b^{k-2} + \dots + a_1 b + a_0$$

denagn k suatu bilangan bulat tak negativ, a_j suatu bilangan bulat denagn

$$0 \leq a_j \leq b-1 \text{ untuk } j = 0,1,2,\dots,k \text{ dengan } a_k \neq 0$$

Pembuktian:

Untuk memperoleh representasi dari n seperti yang diinginkan , kita dapat menerapkan algoritma pembagian sebagai berikut. Pertama, kita membagi n denagn b untuk mendapatkan

$$n = bq_0 + a_0 ,\ 0 \leq a_j \leq b-1$$

jika $q_0 \neq 0$, kita membagi q_0 denagn b dan mendapatkan bahwa

$q_0= bq_1 + a_1$, $0 \le a_1 \le b\text{-}1$

kita melanjutkan proses untuk memperoleh

$q_1= bq_2 + a_2$, $0 \le a_2 \le b\text{-}1$

$q_2= bq_3 + a_3$, $0 \le a_3 \le b\text{-}1$

.
.
.

$q_{k-2}= bq_{k-1} + a_{k-1}$, $0 \le a_{k-1} \le b\text{-}1$

$q_{k-1}= b.0 + a_k$, $0 \le a_k \le b\text{-}1$

Langkah terakhir proses ini terjadi apabila kita memperoleh hasil bagi 0. Perhatikan bahwa dalam penerapan algoritma-algoritma pembagian tersebut, kita memperoleh hasil bagi yang memenuhi

$n > q_o > q1 > q_2 > \ldots \ge 0$

karena barisan q_o ,q_1, q_2 ,... adalah suatu barisan turun dan bilangan-bilangan bulat tak negativ, maka barisan ini akan berakhir pada suku 0, selanjutnya dari persamaan pertama q_0 disubtitusikan pada persamaan kedua di peroleh

$n= bq_0 + a_0$

$n=b(bq_1 + a_1) +a_0 = b^2q_1 +ba_1 + a_0$

proses subtitusi dilanjutkan untuk q_1, q_2,q_3,...diperoleh

$n= b^3q_2 + b^2a_2 +ba_1 +a_0$

$n= b^4q_3+ b^3a_3 + b^2a_2 +ba_1+a_0$

.
.
.

$n=b^{k-1}q_{k-2} + b^{k-2}a_{k-2} +\ldots+ b^2a_2 +ba_1+a_0$

$n= b^ka_k + b^{k-1}a_{k-1} + \ldots +b^2a_2 +ba_1+a_0$
$= a_kb^k + a_{k-1} b^{k-1}+ \ldots + a_2b^2 + a_1b+a_0$

dimana $0 \le a_j \le b\text{-}1$ untuk j=0,1,2,…,k dan ak≠ 0, karena ak = qk-1 adalah hasil bagi terakhir yang tidak sama denagn0, kita telah mendapatkan representasi dari n seperti yang diinginkan, untuk memperlihatkan bahwa representasi n tersebut tunggal, misalakn kita mempunyai dua representasi dari n, yaitu:

$n= a_kb^k + a_{k-1} b^{k-1}+ \ldots + a_1b + a_0$,
$0 \le a_j \le b\text{-}1$

$n= c_kb^k + c_{k-1} b^{k-1}+ \ldots + c_1b + c_0$,
$0 \le c_j \le b\text{-}1$

jika kedua persamaan tersebut dikurangkan, maka diperoleh

$(a_k\text{-}c_k)b^k + (a_{k-1} - c_{k-1})b^{k-1}+\ldots+(a_1\text{-}c_1)b +(a_0\text{-}c_0)=0$

Jika dua representasi dari n tersebut berbeda, maka ada bilangan bulat terkecil j , $0 \le j \le k$ *sedemikian sehingga* $aj \ne cj$ *jadi,*

$b^j\{(a_k\text{-}c_k) b^{k-j} + (a_{k-1}\text{-}c_{k-1})b^{k-j-1}+\ldots+(a_{j+1} - c_{j+1})b+(a_j\text{-}c_j)\}=0$

sehingga

$\{(a_k\text{-}c_k) b^{k-j} + (a_{k-1}\text{-}c_{k-1})b^{k-j-1}+\ldots+(a_{j+1} - c_{j+1})b+(a_j\text{-}c_j)\}=0$

$a_j\text{-}c_j = (c_k\text{-}a_k) b^{k-j} + (c_{k-1} - a_{k-1})b^{k-j-1}+\ldots+(c_{j+1} - a_{j+1})b$

$a_j\text{-}c_j = b\{(c_k\text{-}a_k) b^{k-j-1} + (c_{k-1} - a_{k-1})b^{k-j-2}+\ldots+(c_{j+1} - a_{j+1})\}$

ini berarti bahwa b| $(a_j\text{-}c_j)$ tetapi karena $0 \le a_j \le b$ *dan* $0 \le c_j \le b$, yaitu $-b < aj\text{-} c_j < b$ *sehingga* $a_j\text{-}c_j = 0$, *yaitu* $a_j=c_j$. jadi, representasi dari n adalah tunggal. *terbukti*

selanjutnya, jika $n = a_kb^k +a_{k-1}b^{k-1}+a_{k-2}b^{k-2}+\ldots+a_1b+a_0$, n dinyatakan sebagai jumlahan dari perpangkatan bulat dari b, maka n dituliskan sebagai berikut

$n= (a_ka_{k-1}a_{k-2}\ldots a_1a_0)_b$

penulisan bilangan bulat n seperti ini dikatakan bahwa *n* dituliskan dalam basis *b*

contoh: misalnya b = 8 sebagai basis penulisan, maka lambing dasarnya adalah 0,1,2,3,4,5,6,7. Misalnya suatu bilangan bulat n dinyatakan sebagai $n= 4.8^3 + 1.8^2 +2.8 +6$

maka dalam basis 8, n bilangan tersebut ditulis dengan $n= 4126_{8\text{ . jika}}$ n ingin ditulis dalam basis decimal(sepuluh), maka kita tinggal menghitung jumlahan dari perpangkatan delapan tersebut, yaitu:

$$\begin{aligned} n &= 4.8^3 + 1.8^2 + 2.8 + 6 \\ &= 4.512 + 1.64 + 16 + 6 \\ &= 2048+64+16+6 \\ &= 2134_{10} \end{aligned}$$

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan metode eksplorasi dari operasi perkalian dan penjumlahan serta analisis dari algoritma pembagian atau algoritma Euclidean, ruang lingkupnya hanya dalam batas mengkonversi hasil dari Sembilan pangkat 0,1,2,3, dan 4 atau atau bilangan basis 5 menjadi bilangan octal, dengan menggunakan segitiga pascal.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil dari penelitian ini adalah dimulai dari kita mengkonversi bilangan basis 10 menjadi bilangan basis 8 dari hasil Sembilan pangkat 0,1,2,3,4, yaitu:

- $9^0 = 1$

Dikonversi ke basis 8 menjadi:
$9^0 = 1_8$, selanjutnya

- $9^1 = 9$

Dikonversi ke basis 8 menjadi:
$9^1 = 1.8 + 1$
$9^1 = 11_8$, selanjutnya

- $9^2 = 81$

Dikonversi ke basis 8 menjadi:
$9^2 = 10.8 + 1$
$= (1.8+2).8 + 1$
$= 1.8^2 + 2.8 + 1$
$= 121_8$

- $9^3 = 729$

Dikonversi ke basis 8 menjadi:
$9^3 = 91.8 + 1$
$= (11.8+3).8 + 1$
$= 11.8^2 + 3.8 + 1$
$= (1.8+3).\ 8^2 + 3.8 + 1$
$= 1.8^3 + 3.8^2 + 3.8 + 1$
$= 1331_8$

- $9^4 = 6561$

Dikonversi ke basis 8 menjadi:
$9^4 = 820.8 + 1$
$= (102.8+4).8 + 1$
$= 102.8^2 + 4.8 + 1$
$= (12.8+6).\ 8^2 + 4.8 + 1$
$= 12.8^3 + 6.8^2 + 4.8 + 1$
$= (1.8+4).\ 8^3 + 6.8^2 + 4.8 + 1$
$= 1.8^4 + 4.8^3 + 6.8^2 + 4.8 + 1$
$= 14641_8$

Kita bisa perhatikan bahwa hasil konversi dari bilangan decimal hasil dari Sembilan pangkat 0,1,2,3,4 membentuk suatu pola yaitu segitiga pascal:

1_8	*...baris 0*
$1 \quad 1_8$	*...baris 1*
$1 \quad 2 \quad 1_8$	*...baris 2*
$1 \quad 3 \quad 3 \quad 1_8$	*...baris 3*
$1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1_8$	*...baris 4*

Sehingga, kita dapat dengan mudah mencari konversi decimal ke bilangan octal dari $9^3 = 729$ hanya dengan melihat baris ketiga dari segitiga pascal yaitu $9^3 = 729 = 1331_{8.}$

5. KESIMPULAN

Penelitian ini mendapatkan cara mudah untuk mengkonversi bilangan decimal hasil dari Sembilan pangkat 0,1,2,3,4 dengan menggunakan elemen tiap baris dari segitiga pascal misalnya $9^3 = 729 = 1331_{8.}$

6. REFERENSI

Sukirman. 2013. *Teori Bilangan*. Yogyakarta: UNY Press