KONSTRUKSI BATAS-BATAS WILAYAH YANG BERJARAK MINIMUM DENGAN MENGGUNAKAN GEOMETRI TAXICAB

Magdalena Rosario Mega Sanusi[1)], Regina Hesty Kurnianingtyas[2)]
[1]Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma
Email: magdalenarosario16@gmail.com
[2]Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma
Email: reginahesty0@gmail.com

Abstract

Geometri Taxicab hampir sama dengan geometri Euclide. Titik dan garis pada geometri Taxicab sama dengan titik dan garis pada Geometri Euclid. Sudutnya juga diukur dengan cara yang sama seperti di Geometri Euclid. Hanya fungsi jarak yang berbeda. Pada geometri Euclide, jarak minimum antara dua titik adalah garis lurus yang menghubungkan langsung dua titik tersebut, sedangkan pada geometri Taxicab, jarak kedua titik diilustrasikan sebagai banyak blok yang harus ditempuh oleh sebuah taksi dari satu titik ke titik lain dengan latar daerah atau kota seperti di Manhattan dimana jalan-jalan ditata seperti kotak-kotak persegi. Pada geometri Taxicab ada banyak kemungkinan jalan yang semua sama-sama minimum pada dua titik. Dengan kata lain, jarak minimumnya lebih dari satu. Rumus jarak minimum pada geometri Taxicab adalah :

$$d_T = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

Penulisan ini bertujuan untuk memaparkan peranan geometri taxicab dalam mengkonstruksi batas-batas wilayah yang berjarak minimum dari dua tempat (titik) tertentu. Konstruksi batas-batas wilayah ini berguna untuk mengoptimalkan aktivitas bepergian manusia. Batas yang didapat menjadikan wilayah-wilayah tertentu lebih strategis untuk dikunjungi, dengan demikian tingkat efesiensi dari segi waktu, tenaga dan bahan bakar yang digunakan lebih tinggi. Setelah menentukan batas wilayah dua titik tersebut, dengan melakukan pengkajian lebih dalam penulis dapat menentukan batas-batas wilayah lebih dari dua titik.

Keywords : *Taxicab, Wilayah, Jarak yang sama antar wilayah, Jarak minimum.*

1. PENDAHULUAN

Seorang matematikawan Jerman yang bernama Hermann Minkowsky pada abad ke-19 memperkenalkan geometri yang berbeda dari geometri euclide. Geometri ini dinamakan sebagai geometri taxicab. Sesuai dengan namanya, geometri taxicab ini dapat lebih dipahami dengan memperhatikan sistem transportasi perkotaan yang berbentuk blok (kotak-kotak) dimana sebuah taksi (alat transportasi) hanya dapat berjalan atau melalui jalur yang ada. Penentuan jarak pada geometri taxicab sangatlah berbeda dengan penentuan jarak pada geometri euclide. Jarak pada geometri taxicab dapat dilihat dari banyaknya blok (kotak-kotak) yang dilalui secara vertical maupun horizontal dengan sudut belok siku-siku. Pada geometri taxicab ada banyak kemungkinan jalan yang semua sama-sama minimum pada dua titik. Dengan kata lain, jarak minimumnya lebih dari satu.

Melalui konsep geometri Taxicab ini, penulis ingin menyampaikan bahwa geometri taxicab dapat dimanfaatkan dalam kehidupan sehari-hari yang dekat dengan aktivitas manusia. Pada dasarnya manusia merupakan makhluk sosial, dimana aktivitas sehari-harinya tak luput dari kegiatan bepergian dengan mengunjungi suatu tempat ke tempat yang lainnya. Dalam kegiatan bepergian tersebut, pastilah manusia hanya dapat melewati jalan-jalan yang ada tanpa dapat menembus bangunan-bangunan diluar jalur (jalan perkotaan).

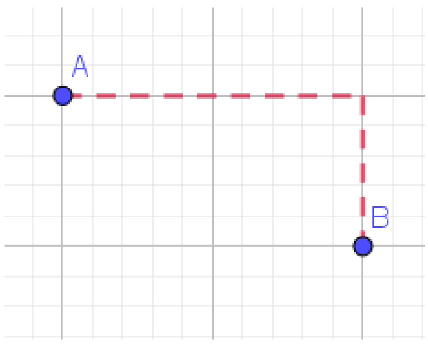
Oleh sebab itu, penulis ingin mengembangkan inovasi dengan melibatkan geometri taxicab dalam pengkonstruksian batas-batas wilayah dari beberapa titik daerah (lebih dari satu titik daerah pada bidang koordinat) yang berguna untuk mengoptimalkan aktivitas bepergian manusia. Batas yang didapat menjadikan wilayah-wilayah tertentu lebih strategis untuk dikunjungi, dengan demikian tingkat efesiensi dari segi waktu, tenaga dan bahan bakar yang digunakan lebih tinggi.

2. KAJIAN LITERATUR DAN PEGEMBANGAN HIPOTESIS Geometri Taxicab

Geometri taxicab merupakan suatu terobosan baru dalam dunia Geometri dari seorang matematikawan Jerman yang bernama Hermann Minkowsky. Terciptanya geometri taxicab didasarkan pada keadaan nyata di kota Manhattan, Amerika Utara yang wilayahnya banyak didominasi oleh gedung-gedung perkantoran dan terdapat jalan-jalan yang mengelilingi kawasan gedung-gedung tersebut, sehingga menyerupai kawasan dengan tipe daerah blok (kotak-kotak).

Berdasarkan tipe jalan pada daerah tersebut, Geometri Taxicab dapat lebih dimengerti dengan memperhatikan sistem transportasi perkotaan yang berbentuk blok (kotak-kotak) dimana sebuah taksi (alat transportasi) hanya dapat berjalan atau melalui jalur yang ada seperti pada jalur di kota Manhattan. Pada sistem Geometri ini, Jarak antara titik A(x_1, y_1) dan titik B(x_2, y_2) dapat ditentukan dengan :

$d_T(A, B) = |x_1 - x_2| - |y_1 - y_2|$[2]



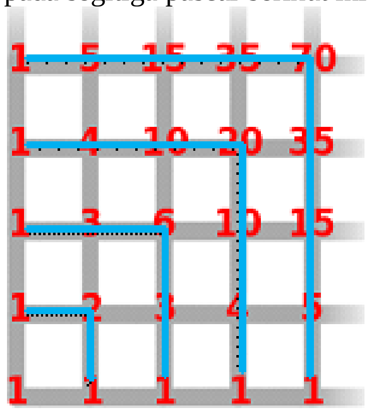
Dengan kata lain, jarak ditentukan dengan jumlahan dari jarak horizontal dan jarak vertical dari titik titik A(x_1, y_1) dan titik B(x_2, y_2). $d_T(A, B)$ adalah jarak minimum pada Geometri Taxicab yang dibutuhkan untuk melakukan perjalanan dari titik A mencapai titik B.

Mengingat pada Geometri Taxicab, jarak minimumnya lebih dari satu lintasan, maka untuk menentukan banyaknya lintasan yang dapat terbentuk dari satu titik ke titik lain menggunakan kombinasi:

$$\binom{m}{k} = \frac{m!}{(m-k)!k!}$$ [2]

Dengan m adalah jumlahan dari lintasan vertical dan lintasan horizontal, sedangkan k adalah panjang lintasan vertical.

Selain menggunakan rumus tersebut, banyaknya lintasan minimum pada Geometri Taxicab dapat dilihat pada segitiga pascal berikut ini :



Dimana 1 menandakan kedudukan titik-titik dan nilai-nilai pada persimpangannya merupakan banyaknya lintasan minimum.

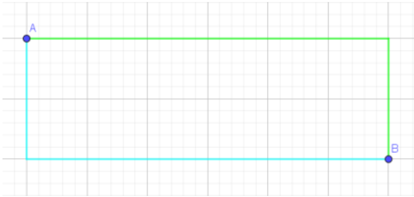
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan kajian literature yang telah penulis paparkan, penulis mengembangkan aplikasi Geometri Taxicab-A yang sebelumnya sudah diuraikan pada buku yang berjudul "Taxicab Geometry: An Adventure in Non-Euclidean Geometry" oleh Eugene F Krause. Pada pengembangan ini, penulis telah menemukan cara-cara untuk menentukan batas-batas wilayah dua titik ataupun lebih. Sebelum membuat batas wilayah untuk daerah yang lebih dari dua titik, penulis terlebih dahulu menjelaskan mengenai cara mengkonstruksi batas wilayah dua titik berjarak minimum secara umum Hal ini dapat dijadikan sebagai dasar atau acuan untuk dapat mengkonstruksi batas wilayah lebih dari dua titik berjarak minimum.

Batas wilayah dua titik berjarak minimum secara umum :

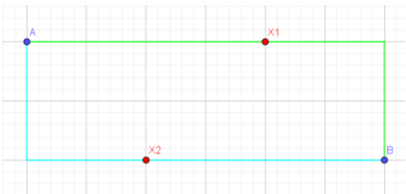
Misal diberikan titik A (x_1, y_1) dan titik B (x_2, y_2).

1. Menentukan batas wilayah untuk titik A(x_1, y_1) dan titik B(x_2, y_2).
   a. Dari titik A dan tik B yang ada, dapat dibuat dua buah lintasan (terpendek) sederhana secara vertical dan horizontal cukup dengan satu belokan yang menghubungkan kedua titik tersebut. Dengan demikian kedua lintasan yang menghubungkan kedua titik tersebut akan membentuk sebuah persegi panjang horizontal.

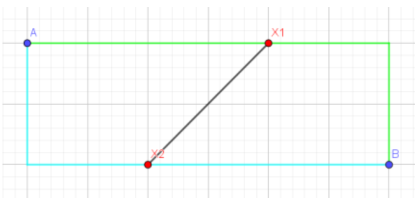


b. Untuk menentukan panjang lintasan (jarak) dari titik A(x_1, y_1) ke titik B(x_2, y_2), menggunakan rumus jarak pada geometri Taxicab sebagai berikut:
$d_T(A, B) = |x_1 - x_2| - |y_1 - y_2|$
Nilai $d_T(A, B)$ yang dapat dimisalkan dengan n.

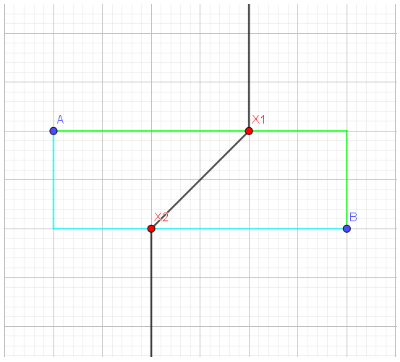
c. Tentukan titik tengah (midpoint) dari setiap lintasan yang menghubungkan titik A ke titik B, misalkan titik-titik tengah tersebut adalah titik $X1(x_{01}, y_{01})$ dan titik $X2(x_{02}, y_{02})$. Titik tengah merupakan titik yang berada tepat ditengah lintasan sehingga sehingga,
$DT(A, B) = DT(A, X) + DT(X, B)$.
Berarti $DT(A, X) = DT(X, B) = \frac{n}{2}$ dengan $X: (X1, X2)$. Untuk menentukan kedua titik tengah tersebut maka cukup dengan menambahkan sebanyak $\frac{n}{2}$ pada absis koordinat titik yang paling kiri dan mengurangkan sebanyak $\frac{n}{2}$ pada absis koordinat titik yang paling kanan. Sehingga didapatkan koordinat titik titik tengahnya adalah
$X1(x_{01}, y_{01}) = X1\left(x_1 + \frac{n}{2}, y_1\right)$ dan $X2(x_{02}, y_{02}) = X2\left(x_2 - \frac{n}{2}, y_2\right)$.



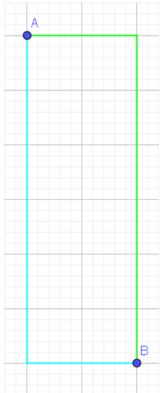
Selanjutnya hubungkan kedua titik tengah tersebut, sehingga diperoleh *garis pokok* (garis miring pada batas wilayah).



d. Setelah memperoleh garis pokok (garis miring pada batas wilayah), selanjutnya melukis garis perpanjangan batas wilayahnya. Perpanjangan garis tersebut dimulai dari tiap titik tengah yang sudah ditemukan dengan arah saling berlawanan keluar daerah persegi panjang dan sejajar dengan sumbu y (vertical).

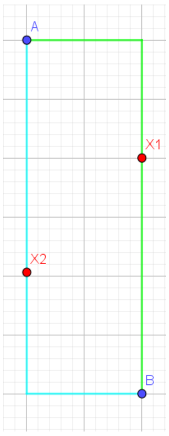


Dari langkah-langkah penentuan batas wilayah yang telah penulis paparkan diatas, penulis juga menemukan kondisi (keadaan) lain yang memungkinkan terjadi saat dua buah lintasan sederhana secara vertical dan horizontal cukup dengan satu belokan yang menghubungkan dua buah titik membentuk sebuah persegi panjang yang berbeda dengan sebelumnya, yaitu persegi panjang dengan posisi vertical.

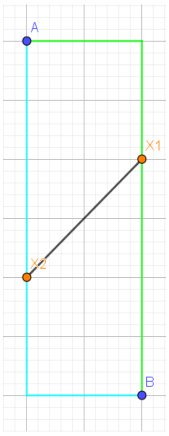


Berdasarkan perbedaan kondisi ini maka terdapat perbedaan pula pada saat penentuan batas wilayahnya, yaitu saat:

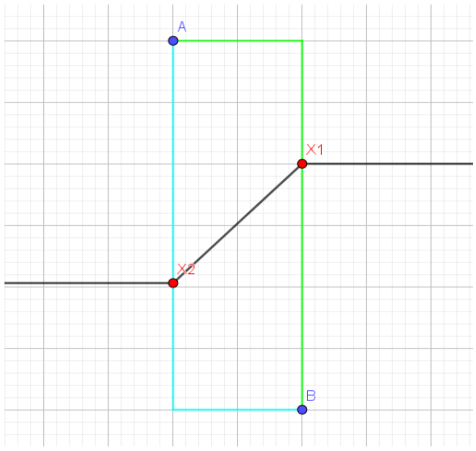
a. Menentukan titik-titik tengah pada dua lintasan tersebut maka cukup dengan menambahkan sebanyak $\frac{n}{2}$ pada ordinat koordinat titik yang paling bawa dan mengurangkan sebanyak $\frac{n}{2}$ pada ordinat koordinat titik yang paling atas. Sehingga didapatkan koordinat titik titik tengahnya adalah $X1(x_{02},y_{02})X1\left(x_1,y_1+\frac{n}{2}\right)$ dan $X2(x_{02},y_{02})=X2\left(x_2,y_2-\frac{n}{2}\right)$.



b. Selanjutnya hubungkan kedua titik tengah tersebut, sehingga diperoleh *garis pokok* (garis miring pada batas wilayah).



c. Setelah memperoleh garis pokok (garis miring pada batas wilayah), selanjutnya melukis garis perpanjangan batas wilayahnya. Perpanjangan garis tersebut dimulai dari tiap titik tengah yang sudah ditemukan dengan arah saling berlawanan keluar daerah persegi panjang dan sejajar dengan sumbu x (horizontal).



Batas wilayah titik A (2, 20) dan titik B (14,16) yang berjarak minimum:

Berdasarkan langkah penentuan batas wilayah yang telah penulis paparkan sebelumnya, maka didapatkan :

a. Dua buah lintasan (minimum) sederhana secara vertical dan horizontal cukup dengan satu belokan yang menghubungkan kedua titik tersebut, dan membentuk sebuah persegi panjang horizontal.

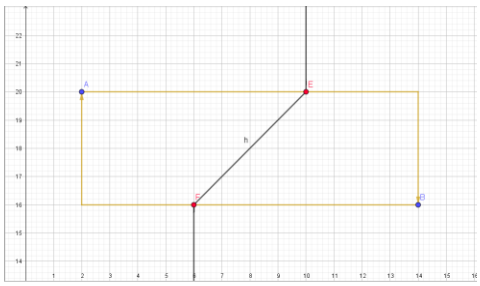
b. Panjang lintasan dari titik A (2, 20) ke titik B (14,16) adalah,

$$d_T(A,B)=|x_1-x_2|-|y_1-y_2|$$
$$d_T(A,B)=|2-14|-|20-16|$$
$$d_T(A,B)=16$$

c. Koordinat dari titik-titik tengah kedua lintasan tersebut adalah,

$$X1(x_{01},y_{01})=X1\left(x_1+\frac{n}{2},y_1\right)$$
$$=X1\left(2+\frac{16}{2},20\right)$$
$$=X1\ (10,20)$$
$$X2(x_{02},y_{02})=X2\left(x_2-\frac{n}{2},y_2\right)$$
$$=X2\left(14-\frac{16}{2},16\right)$$
$$=X2(6,16)$$

d. Batas wilayah dari titik A dan titik B



Batas wilayah tiga titik berjarak minimum:

Diberikan titik P (24, 7) , titik Q (7, 21) dan titik R (20, 30).

Untuk mengkonstruksi batas wilayah ketiga titik tersebut, maka perlu ditentukan batas wulayah yang meliputi garis pokok (garis miring pada batas wilayah) dan garis perpanjangannya dengan cara menentukan sepasang-sepasang batas dari titik-titik tersebut yang ada pada bidang koordinat.

Berdasarkan langkah penentuan batas wilayah yang telah penulis paparkan sebelumnya, maka didapatkan :

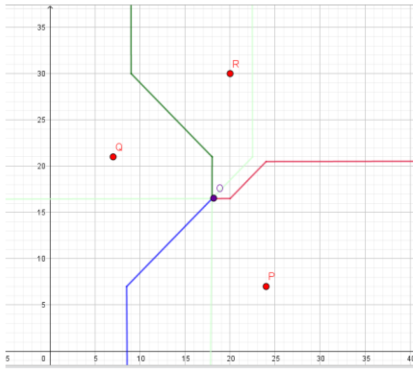
a. Dua buah lintasan (minimum) sederhana secara vertical dan horizontal cukup dengan satu belokan yang menghubungkan tiap sepasang-sepasang titik yaitu titik Q dan P, titik Q dan R, serta titik R dan P.
   - Dua buah lintasan yang menghubungkan titik Q dan P membentuk sebuah persegi panjang horizontal.
   - Dua buah lintasan yang menghubungkan titik Q dan R membentuk sebuah persegi panjang horizontal.
   - Dua buah lintasan yang menghubungkan titik R dan P membentuk sebuah persegi panjang vertikal.

b. Panjang lintasan dari :
   - titik Q (7, 21) ke titik P (24, 7) adalah $d_T(Q, P) = 31$
   - titik Q (7, 21) ke titik R (20, 30) adalah $d_T(Q, R) = 22$
   - titik R (20, 30) ke titik P (24, 7) adalah $d_T(Q, P) = 27$

c. Koordinat dari titik-titik tengah kedua lintasan dari:
   - titik Q (7, 21) ke titik P (24, 7) adalah $X1(22.5, 21)$, $X2(8.5, 7)$
   - titik Q (7, 21) ke titik R (20, 30) adalah $X1(18, 21)$, $X2(9, 30)$
   - titik R (20, 30) ke titik P (24, 7) adalah $X1(20, 16.5)$, $X2(24, 20.5)$

   Selanjutnya, setiap pasang titik tengah yang sudah didapat saling dihubungkan, dan diperpanjang sesuai langkah ayng telah dipaparkan penulis.

d. Untuk mempermudah dalam melihat batas wilayahnya, maka dapat dihapus garis-garis yang tidak diperlukan, sehingga didapatkan batas wilayah dari titik P, Q dan R

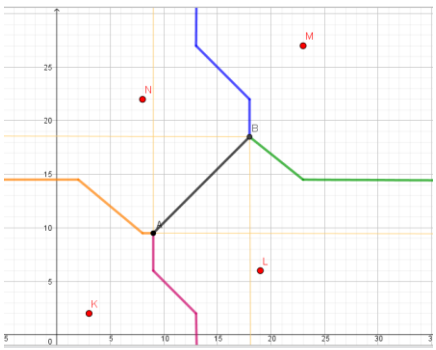


Dengan demikian didapat garis biru sebagai tempat kedudukan titik berjarak sama di antara titik Q dan P, garis hijau sebagai tempat kedudukan titik berjarak sama di antara titik Q dan R, dan garis ungu sebagai tempat kedudukan titik berjarak sama di antara titik R dan P. Dari ketiga batas wilayah tersebut diperoleh pula titik potong yang merupakan titik pusat yang berjarak sama (minimum) ke setiap titik pada tiga wilayah tersebut.

Batas wilayah empat titik berjarak minimum :

Diberikan titik K(3, 2); L(19, 6); M(23, 27) dan N(8, 22)

Dalam mengkonstruksi batas wilayah empat titik tersebut, sama halnya seperti mengkostruksi batas wilayah pada tiga titik yang sudah dijelaskan sebelumnya. Perlu ditentukan batas wilayah yang meliputi garis pokok (garis miring pada batas wilayah) dan garis perpanjangannya dengan cara menentukan sepasang-sepasang batas dari titik-titik tersebut yang ada pada bidang koordinat. Dengan demikian didapatkan batas-batas wilayah yaitu;



Garis ungu merupakan tempat kedudukan titik berjarak sama diantara titik K dan L, garis hijau merupakan tempat kedudukan titik berjarak sama diantara titik L dan M, garis biru merupakan tempat kedudukan titik berjarak sama diantara titik M dan N, garis jingga merupakan tempat kedudukan titik berjarak sama diantara titik N dan K, serta garis hitam merupakan tempat kedudukan titik berjarak sama diantara titik L dan N. Dari kelima konstruksi batas wilayah tersebut didapatkan pula bahwa:

a. Tidak ada titik potong dari kelima konstruksi batas wilayah yang terbentuk.
b. Karena tidak ada titik potong dari kelima konstruksi batas wilayah tersebut, maka pada konstruksi batas wilayah empat titik ini tidak memiliki titik pusat yang berjarak sama (minimum) ke semua titik wilayah yang ada.
c. Dari batas-batas wilayah yang terbentuk, ditemukan dua titik sekunder sebagai pusat (jarak minimum) dari tiga batas wilayah yang masing-masing melalui titik sekunder tersebut.

4. KESIMPULAN

Pada sistem Geometri Taxicab ini, Jarak antara titik A(a_1, a_2) dan titik B(b_1, b_2) dapat ditentukan dengan :

$$d_T(A, B) = |a_1 - b_1| - |a_2 - b_2|$$ [1]

Geometri Taxicab dapat digunakan sebagai terobosan terkini untuk membantu manusia dalam menjalankan aktivitas sehari-hari terutama aktivitas bepergian. Dengan adanya sistem geometri ini, kegiatan bepergian dapat lebih optimal dalam hal waktu, tenaga serta bahan bakar karena geometri taxicab telah berperan penting dalam pengkonstruksian batas-batas wilayah dengan jarak yang minimum untuk dapat dijangkau oleh masyarakat.

5. REFERENSI

[1] Brzycki, Bryan.2014. *On a Geometric Locus in Tacxicab Geometry*. Diambil dari: http://forumgeom.fau.edu/FG2014volume14/FG201409.pdf.

[2] E. F. Krause. 1986. *Taxicab Geometry. An Adventure in Non-Euclidean Geometry*. Diambil dari: https://libgen.pw/item/adv/5a1f04793a044650f5fcc6f9.

[3] Putri, Zulviati. 2012. *Teorema Pythagoras Pada Bidang Taxicab*. Diambil dari: jmua.fmipa.unand.ac.id/index.php/jmua/article/download/10/8.