

## "PLACE-INVARIANT" PADA MODEL PETRI NET LAMPU LALU LINTAS

Tomi Tristono<sup>1)</sup>, Setiyo Daru Cahyono<sup>2)</sup>, Seno Aji<sup>3)</sup>, dan Pradityo Utomo<sup>4)</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Fakultas Teknik, Universitas Merdeka Madiun

email: tomitristono@gmail.com, cahyono.ds2020@gmail.com, abiseno40@gmail.com,  
pradityou@gmail.com

### Abstract

*Petri net merupakan salah satu manifestasi dari System Event Discrete (SED) yang dapat dipergunakan untuk pemodelan sebuah sistem. Model harus benar atau tidak boleh keliru. "Place-Invariant" adalah sebuah sarana yang dapat digunakan untuk verifikasi dan validasi kebenaran sebuah model Petri net. "Place-Invariant" menyajikan kesamaan marking/penandaan pada beberapa place pada model Petri net pada sebuah bilangan bulat tertentu. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji bagaimana cara membangun "Place-Invariant" lampu lalu lintas berdasarkan matriks kejadian lampu lalu lintas dengan dua fase. Adapun metode pendekatannya yaitu lampu lalu lintas dimodelkan secara grafis menggunakan perangkat lunak Petri net Simulator 2.0. Selanjutnya, dikonstruksi matriks keterhubungan/ Incidence yang dipergunakan untuk membangun coverability tree. Matriks kejadian yang dikonstruksi dari coverability tree digunakan sebagai referensi penyusunan "Place-Invariant". Hasil kajian menunjukkan bahwa "Place-Invariant" secara implisit telah tergambar pada matriks kejadian/ events. Metodenya yaitu dengan mengelompokkan beberapa elemen matriks kejadian. "Place-Invariant" merupakan penyajian matriks kejadian secara parsial. "Place-Invariant" yang dikonstruksi dapat dipergunakan untuk verifikasi dan validasi kebenaran model.*

**Keywords:** matriks kejadian, matriks keterhubungan/ Incidence, model Petri net, lampu lalu lintas, Place-Invariant.

### 1. PENDAHULUAN

Sinyal lampu lalu lintas pada simpang jalan di Indonesia menggunakan tiga jenis warna utama yaitu merah, kuning dan hijau (MKJI, 1997). Saat sinyal merah, kendaraan tidak diperkenankan untuk bergerak/ berjalan atau bermakna stop. Sedangkan makna sinyal kuning yaitu jika keadaan masih memungkinkan, kendaraan diperkenankan untuk berjalan dan diharapkan segera berhenti untuk mengosongkan simpang. Sinyal hijau memberi isyarat yaitu arus lalu-lintas kendaraan pada fase yang berkaitan diperkenankan untuk bergerak/ berjalan.

Mengacu pada UU No. 22, tahun 2009 tentang Lalu-lintas dan Angkutan Jalan, lampu lalu lintas adalah Alat Pemberi Isyarat Lalu Lintas/ APILL. Lampu lalu lintas berperan untuk mengatur arus kendaraan di simpang agar tak terjadi konflik. Arus yang datang dari arah berbeda harus dipisahkan. Masing – masing kelompok pergerakan arus kendaraan mempunyai alokasi waktu yang berbeda

agar dapat melewati simpang secara bergantian.

Petri net merupakan salah satu manifestasi dari *System Event Discrete* (SED) yang dapat dipergunakan untuk pemodelan *state/* keadaan dan perilaku lampu lalu lintas. *Event/* kejadian pada Petri net direpresentasikan menggunakan transisi (T) yang berbentuk kotak, sedangkan *state/* keadaan dinyatakan dengan *place* (P) yang berbentuk lingkaran. Suatu *event/* kejadian dapat berlangsung bila telah memenuhi beberapa keadaan/ syarat tertentu. *Place* dapat berfungsi sebagai *input* atau *output* sebuah transisi. *Place* sebagai *input* menyatakan keadaan/ syarat yang harus dipenuhi agar sebuah transisi dapat melakukan *fire/* pemicuan perubahan keadaan. *Place output* menyatakan keadaan baru sesudah transisi melakukan *fire*. Sebuah keadaan dinyatakan dengan keberadaan token pada *place* yang berkaitan (Adzkiya, D., 2008).

Lampu lalu lintas mempunyai tiga keadaan/ *state* diskrit yaitu keadaan sinyal

merah sedang menyala, sinyal kuning, atau sinyal hijau. Ketiganya menyala dengan urutan tertentu secara bergiliran dan berulang – ulang membentuk suatu siklus atau perulangan. Lampu lalu lintas paling tidak terdiri dari dua fase yang menyatakan alokasi waktu untuk pergerakan arus lalu lintas dari arah tertentu.

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji bagaimana cara membangun "*Place-Invariant*" model Petri net lampu lalu lintas berdasarkan matriks kejadiannya. "*Place-Invariant*" adalah sarana yang dapat digunakan untuk verifikasi dan validasi sebuah model Petri net. Pada dasarnya "*Place-Invariant*" merupakan representasi matriks kejadian secara parsial yang dibangun menggunakan *coverability tree*.

Model lampu lalu lintas yang dikaji terdiri dari dua fase yaitu fase utara-selatan dan fase timur-barat. Sinyal lampu lalu lintas menerapkan strategi waktu tetap. Setiap sinyal menyala dalam interval waktu tertentu yang tetap sepanjang waktu. Fase utara-selatan dan fase timur-barat, keduanya harus sinkron agar dapat menciptakan jadwal perjalanan yang adil dan aman untuk pengguna jalan yang datang dari arah yang berbeda (Tristono, T., 2015).

Berikut ini beberapa penelitian terdahulu yang berkaitan dengan lampu lalu lintas atau pemodelan menggunakan Petri net. Omar Yaqub, O., dan Li, L. (2013) menggunakan pemodelan dan analisis dua simpang bersinyal yang terhubung berdasarkan Petri Net (PN). Mereka memperkenalkan konsep Modifikasi Binary Petri Nets (MBPNs) untuk mengatasi keterbatasan dalam menyelesaikan masalah konflik saat mendesain model beserta sistem kontrolnya. Mereka mengatakan bahwa model MBPNs merupakan perangkat yang layak untuk pemodelan dan analisis banyak aplikasi lalu lintas lainnya. Adzkiya, D., (2008) telah membangun Petri net lampu lalu lintas untuk simpang dengan jumlah jalur sebarang. Bentuk algoritmanya mencantumkan waktu tunggu. Analisa pada model Petri net yang dibangun meliputi properti keterbatasannya

(*boundedness*), konservasinya (*conservation*), serta *coverability* untuk semua keadaan/ *state*. Model kemudian direduksi dengan maksud untuk mengurangi ruang keadaannya. Anggrainingsih, R., dkk, (2014) telah melakukan analisa dan verifikasi proses bisnis di UNS menggunakan Petri Nets. Mereka telah merekomendasikan proses bisnis yang bebas *deadlock* dan *livelock*. Metode yang digunakan yaitu dengan cara mentransformasi model proses bisnis BPMN (*Business Process Modelling Notation*) menjadi notasi *workflow* Petri Nets. Wahyu Pramesthi, S. R. P., (2018) telah mempelajari model Petri net sistem jaringan antrean. Sistemnya berbentuk *multichannel* tak-siklik dengan 5 server. Ia telah membangun penjadwalan yang baik untuk para pengunjung dalam menerima pelayanan. Cahyono, S. D., dkk. (2019), telah memodifikasi lampu lalu lintas tipe Norwegia. Mereka menggunakan model Petri net juga. Metodenya dapat digunakan untuk mereduksi tundaan perjalanan.

## 2. KAJIAN LITERATUR

Petri net adalah pasangan  $N(P, T, A, w)$  dengan  $P$  adalah himpunan berhingga *place*, yaitu  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ ,  $T$  merupakan himpunan transisi :  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ , dengan  $m, n \in$  bilangan integer positif.  $A$  adalah himpunan dari *arc*/ busur – busur yang menghubungkan *place* ke transisi dan dari transisi menuju *place*,  $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ , dan  $w$  merupakan fungsi bobot pada busur.  $w$  adalah  $A \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$ . Semua bobot busur pada model lampu lalu lintas yang dipelajari senantiasa bernilai satu dan hal ini tidak perlu dituliskan.

Beberapa analisa pada model Petri net diantaranya yaitu keterbatasan (*boundedness*), konservasi (*conservation*), dan *coverability*. Ketiga analisis tersebut dapat dilakukan menggunakan *coverability tree*. Urutannya diawali dengan representasi penjumlahan keadaan/ *state* inisial pada perkalian matriks keterhubungannya terhadap matriks transisi yang siap

melakukan *fire* atau transisi yang *enabled* (Adzkiya, D., 2008).

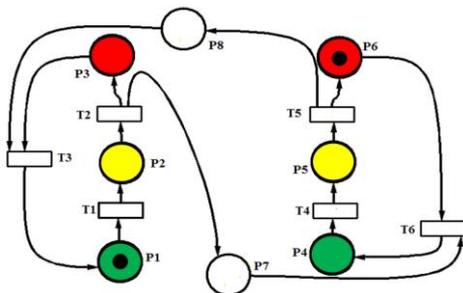
**3. METODE**

Penelitian ini membahas pemodelan matematika secara bahasa grafis menggunakan Petri net. Model lampu lalu lintas yang dibahas menerapkan dua fase. Model diverifikasi kebenarannya dengan menguraikan properti keterbatasannya (*boundedness*), konservasinya (*conservation*), serta *coverability*.

*Invariant* sebenarnya telah tercermin pada matriks kejadiannya, untuk memperjelas kemudian ditampilkan dalam bentuk persamaan. Validitas model akan semakin tampak jelas bila disajikan menggunakan *Invariant-Invariant*. Bila berkaitan dengan ruang keadaan maka pembahasannya fokus pada *Place-Invariant*.

*Marking* pada Petri net bernilai 0 atau 1. Berturut – turut bermakna *off* dan *on*. Secara definisi yaitu  $M(p_i) = \{0, 1\}$ ,  $i=1,2,3,...8$ . Sebuah *place* dikatakan *Marking* bila ada sebuah token yang termuat di dalamnya. Suatu keadaan/ *state* yang berkaitan dengan sebuah *place* sedang tidak terjadi jika *place* tersebut kosong atau tidak memuat token di dalamnya.

Pada Gambar 1., adalah model Petri net lampu lalu lintas dengan dua fase lampu lalu lintas yaitu fase timur-barat dan fase utara-selatan. Sistem menerapkan strategi waktu tetap (*fixed time strategy*) yaitu waktu interval semua sinyal adalah tetap dan tidak berubah sepanjang waktu. Model ini lebih mudah dianalisa bila dibandingkan sistem adaptive.



**Gambar 1.** Model Petri net lampu lalu lintas.

**Tabel 1.** Jadwal Lampu Lalu-Lintas

Fase	Hi-jau	Inter Green		Me-rah	Siklus
		Ku-ning	Me-rah se-mua		
Detik					
1.	30	3	3	42	75
2.	33	3	3	39	75

Pada Tabel 1., adalah contoh lampu lalu lintas yang menerapkan dua fase. Alokasi sinyal hijau fase 1 adalah untuk lampu lalu lintas timur-barat dan fase 2 untuk utara-selatan. Durasi hijau fase timur-barat yaitu 30 detik, durasi kuningnya 3 detik, dan interval waktu merah selama 42 detik. Sedangkan untuk fase utara-selatan, interval waktu sinyal hijau yaitu 33 detik, durasi sinyal kuning selama 3 detik, dan lama waktu sinyal merah menyala yaitu 39 detik. Sebuah token ada pada *place* 7 atau *place* 8 ketika semua sinyal menyala merah yaitu pada saat akhir dari *inter green* dan durasinya selama 3 detik. Simulasinya ditampilkan di Gambar 2.



**Gambar 2.** Simulasi lampu lalu lintas.

$$A = \begin{matrix} & T1 & T2 & T3 & T3 & T5 & T6 \\ \begin{matrix} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \\ P5 \\ P6 \\ P7 \\ P8 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

**Gambar 3.** Matriks keterhubungan/*Incidence*

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Gambar 4.** Matriks Urutan Kejadian/*Event*.

Matriks transisi yang *enabled/* siap untuk *fire/* memicu yaitu  $T_1=[1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$ ,  $T_2=[0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$ ,  $T_3=[0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0]^T$ , dan  $T_4=[0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0]^T$ ,  $T_5=[0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0]^T$ , serta  $T_6=[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]^T$ .

Matriks keterhubungan / *Incidence* yaitu  $A$  tampak pada Gambar 3. Pada Persamaan (1) adalah formula dalam bentuk matriks kejadian sesudah *fire* oleh transisi yang *enabled*. Sebuah transisi adalah *enabled* jika semua *place* inputnya memuat token – token yang lebih besar dari bobot busur ke *place* tujuan berikutnya.

$$O_{i+1} = O_i + A.T_i$$

.....(1)

Untuk  $i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  dengan  $7=1$

Urutan *fire/* pemicuan transisi yaitu :  
 Tranpose Initial =  $[1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0]^T \rightarrow T_1$   
 $\rightarrow [0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0]^T \rightarrow T_2 \rightarrow [0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0]^T \rightarrow T_6$   
 $\rightarrow [0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0]^T \rightarrow T_4 \rightarrow [0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0]^T \rightarrow T_5$   
 $\rightarrow [0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1]^T \rightarrow T_3 \rightarrow$  Initial. Jika ditulis dalam notasi matriks :  
 Tranpose Initial =  $Q_1 \rightarrow T_1 \rightarrow Q_2 \rightarrow T_2 \rightarrow Q_3 \rightarrow T_6 \rightarrow Q_4 \rightarrow T_4 \rightarrow Q_5 \rightarrow T_5 \rightarrow Q_6 \rightarrow T_3 \rightarrow Q_1 =$  Initial. Total matriks kejadiannya tampak pada Gambar 4. Matriks Kejadian  $Q = [Q_1\ Q_2\ Q_3\ Q_4\ Q_5\ Q_6]$ . Pada kolom pertama adalah Initial. Sesudah kolom terakhir, maka kejadian akan membentuk siklus dan kembali lagi ke Initial. Ketiga analisis yaitu keterbatasannya (*boundedness*), konservasinya (*conservation*), dan properti *coverability* dilakukan dengan menggunakan *coverability tree* atau urutan *fire/* pemicuan transisi.

*Backward Incidence/ BI* adalah matriks yang merepresentasikan keterhubungan *place* input dari transisi. Elemen pada matriks *backward incidence* adalah bobot busur yang menghubungkan *place* ke transisi. Jika tidak terdapat busur yang menghubungkan dari sebuah *place* ke transisi, maka bobot busur di matriks bernilai nol.

Matriks *Forward Incidence/ FI* adalah matriks keterhubungan dari transisi ke

*place*. Nilai elemennya adalah bobot busur yang menghubungkan transisi ke *place* yang merupakan *output* dari transisi tersebut.

Matriks  $A = FI - BI$  dan dituliskan pada Gambar 3. Elemen yang bernilai positif berasal dari matriks *FI* dan elemen yang bernilai negatif merupakan nilai dari matriks *BI*. Kolom matriks  $A$  menyatakan transisi dan barisnya berkorelasi dengan seluruh *place*.

#### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

*Marking/* penandaan sebuah *place* model Petri net lampu lalu – lintas hanya ada dua katagori yaitu *off* atau *on*. Dua nilai tersebut direpresentasikan menjadi  $M(pi)=0$  atau  $M(pi)=1$ . Pada *place* maksimal berisi sebuah token dan mungkin pula kosong.

Berdasar pada Gambar 1, pada fase lampu lalu lintas timur-barat *place p1* = sinyal hijau, *p2* = sinyal kuning, dan *p3* = sinyal merah. Pada fase lampu lalu lintas utara-selatan *place p4* = sinyal hijau, *p5* = sinyal kuning, dan *p6* = sinyal merah. *Place p7* atau *p8* merupakan intermediasi/ perantara untuk menciptakan pergantian fase lampu lalu lintas. Jika terdapat sebuah token *place p7* atau *p8*, maka fase timur-barat dan fase utara- selatan keduanya menyala merah. Interval waktu ketika sebuah token ada di *place p7* atau *p8* adalah durasi waktu tenggang yang dipergunakan untuk mengosongkan simpang dari kendaraan yang belum selesai melintas. Hal ini supaya tidak terjadi konflik dan demi keselamatan perjalanan. *Place p7* merupakan waktu antara untuk menciptakan urutan perubahan fase lampu lalu lintas dari timur-barat menjadi fase utara-selatan. *Place p8* mengkreasikan urutan pergantian fase lampu lalu lintas utara-selatan kembali menjadi fase timur-barat.

Berdasarkan pada matriks  $O$  yaitu matriks urutan *event/* kejadian pada Gambar 4., dapat disusun *invariant* (1) dan *invariant* (2). Penyajiannya yaitu  $M(p1)$

$+M(p2) + M(p3) + M(p4) + M(p5) + M(p6) = 2$ . Namun karena masing – masing fase lampu lalu lintas timur-barat dan utara-selatan berdiri sendiri- sendiri, maka penulisan keduanya dapat dipisahkan.

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} p1 \\ p2 \\ p3 \\ p4 \\ p5 \\ p6 \\ p7 \\ p8 \end{matrix}$$

**Gambar 5.** Marking pada Invariant (1) dan (2)

$M(p1) + M(p2) + M(p3) = 1$   
 .....Inv.(1)

Pada Invariant (1) yang ditulis pada Persamaan Inv.(1) bermakna verifikasi dan validasi bahwa hanya ada satu sinyal saja yang boleh menyala pada fase lampu lalu lintas timur-barat. Hijau, kuning, atau merah saja. Aturan tidak mengizinkan dua sinyal atau lebih menyala secara bersamaan pada satu fase lampu lalu lintas.

Pada Invariant (2) juga seperti pada Invariant (1), namun pada fase lampu lalu lintas utara-selatan. Pada tipe lampu lalu lintas standard, aturan hanya memperkenankan satu sinyal saja yang menyala.

$M(p4) + M(p5) + M(p6) = 1$   
 .....Inv.(2)

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} p1 \\ p2 \\ p3 \\ p4 \\ p5 \\ p6 \\ p7 \\ p8 \end{matrix}$$

**Gambar 6.** Marking pada Invariant (3)

$M(p1) + M(p2) + M(p4) + M(p5) + M(p7) + M(p8) = 1$   
 .....Inv.(3)

Pada setiap baris dan kolom ada satu marking yang diblok. Hal ini merupakan

verifikasi dan validasi bahwa terdapat urutan penyalaan (on) secara bergantian yaitu pada sinyal hijau, atau sinyal kuning, atau intermediasi p7 di lampu lalu lintas timur-barat atau sinyal hijau, atau sinyal kuning, atau intermediasi p8 di lampu lalu lintas utara-selatan pada satu siklus lampu lalu lintas.

$M(p1) + M(p2) + M(p3) = M(p6)$ ..  
 Inv(4)  
 ketika  $M(p6) = 1$

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} p1 \\ p2 \\ p3 \\ p4 \\ p5 \\ p6 \\ p7 \\ p8 \end{matrix}$$

**Gambar 7.** Marking pada Invariant (4)

Invariant (4) menjelaskan verifikasi dan validasi bahwa lampu lalu lintas pada fase timur-barat diijinkan menyala hijau, kuning, atau merah ketika sinyal merah pada fase utara-selatan menyala. Sebaliknya, Invariant (5) menjelaskan bahwa lampu lalu lintas pada fase utara-selatan diijinkan menyala hijau, kuning, atau merah ketika sinyal merah pada fase timur-barat menyala.

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} p1 \\ p2 \\ p3 \\ p4 \\ p5 \\ p6 \\ p7 \\ p8 \end{matrix}$$

**Gambar 8.** Marking pada Invariant (5)

Pada Invariant (4) dan Invariant (5) keduanya secara realita menjelaskan verifikasi dan validasi bahwa sinyal pada fase lampu lalu lintas timur-barat boleh menyala hijau, kuning, atau merah jika pada fase lampu lalu lintas yang lainnya yaitu fase utara-selatan menyala merah. Hal ini untuk menjamin keselamatan perjalanan demi terhindarnya konflik arus lalu lintas yang datang dari arah yang berbeda.

Demikian pula pada fase utara-selatan juga berlaku aturan yang sama.

$$M(p4) + M(p5) + M(p6) = M(p3) \dots Inv.(5)$$

ketika  $M(p3) = 1$

Sebenarnya masih banyak *Invariant* yang lain yang bisa dikonstruksi. Namun selalu saja terjadi redundansi karena telah tercakup pada *Invariant* (1) sampai dengan *Invariant* (5).

## 5. KESIMPULAN

Pada studi kali ini telah dikaji cara membangun "*Place-Invariant*" model Petri net lampu lalu lintas yang didasarkan matriks kejadiannya. "*Place-Invariant*" adalah sarana penyajian simulasi model yang dapat digunakan untuk verifikasi dan validasi sebuah model grafis Petri net. "*Place-Invariant*" merepresentasikan matriks kejadian secara parsial sehingga mudah dipahami maknanya.

## 6. REFERENSI

Adzkiya, D., (2008) Membangun Model Petri Net Lampu Lalu – lintas dan Simulasinya, Thesis, Matematika – ITS – Surabaya.

Anggrainingsih, R., Yohanes, S. P., dan Salamah, U., (2014) Analisis dan Verifikasi *Workflow* Menggunakan Petri, SEMANTIK 2014, UDINUS - Semarang, 15 November 2014. pp. 150–156.

Cahyono, S. D., Sutomo, Aji, S., Sudarno, Utomo, P., and Tristono, T. (2019). Modification of the Norwegian Traffic Light States as the Method to Reduce the Travel Delay, Computer Science and Information Technology Vol. 7(1), pp. 22 – 30.

Manual Kapasitas Jalan Raya (MKJI) (1997) Direktorat Jenderal Bina Marga, Direktorat Bina Jalan Kota.

Omar Yaqub, O., and Li, L. (2013) *Modeling and Analysis of Connected Traffic Intersections Based on Modified Binary Petri Nets*, Vol. 2013. Hindawi Publishing Corporation-International Journal of Vehicular Technology.

Tristono, T., Cahyono, S. D., Sutomo, dan Utomo, P., (2015). Model Koordinasi Lampu Lalu-Lintas dengan Interupsi, Prosiding Seminar Nasional Manajemen Teknologi, MMT-ITS Surabaya.

Undang – Undang Republik Indonesia No. 22, tahun 2009 Tentang Lalu Lintas dan Angkutan Jalan.

Wahyu Pramesthi, S. R. P., (2018). Model Petri Net Sistem Jaringan Antrean Multichannel Tak-Siklik 5 Server, Transformasi-Jurnal Pend. Matematika & Matematika Vol. 2(2). Univ. PGRI Banyuwangi. Pp. 40-50.