PENERAPAN *SKEW NORMAL MIXTURE* MODEL DALAM PENGELOMPOKAN KABUPATEN DI INDONESIA MENURUT INDEKS KETAHANAN PANGAN

Gabriela Alvita Lama Lewa[1)], Irwan Susanto [2)], Etik Zukhronah[3)]
[1,2,3] Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Sebelas Maret
[1]email: alvitagabriela@student.uns.ac.id
[2]email: irwansusanto@staff.uns.ac.id
[3]email: etikzukhronah@staff.uns.ac.id

Abstract

Indeks Ketahanan Pangan merupakan indeks yang digunakan untuk mengetahui ketahanan pangan pada suatu daerah dan disusun berdasarkan tiga aspek ketahanan pangan yaitu ketersediaan, keterjangkauan, dan pemanfaatan pangan. Adanya perbedaan kondisi pangan pada kabupaten di Indonesia, menyebabkan indeks ketahanan pangan setiap kabupaten juga berbeda sehingga dilakukan pengelompokan kabupaten di Indonesia berdasarkan indeks ketahanan pangan untuk mengetahui kelompok kabupaten yang memiliki kondisi ketahanan pangan paling baik hingga kelompok kabupaten yang harus menjadi prioritas pemerintah dalam hal ketahanan pangan. Tujuan dari penelitian ini adalah membantu pemerintah dalam membuat kebijakan untuk mengatasi masalah ketahanan pangan sehingga kebijakan tersebut lebih terarah. Pengelompokan kabupaten pada penelitian ini dilakukan menggunakan skew normal mixture model dengan perbandingan nilai Akaike Information Criterion (AIC) dan Bayesian Information Criterion (BIC) pada setiap komponen mixture digunakan untuk memilih model finite mixture terbaik. Berdasarkan hasil akhir dari penelitian, kabupaten di Indonesia dikelompokan menjadi 3 kelompok, kelompok pertama terdiri dari 16 kabupaten dengan rata-rata indeks ketahanan pangan 23,68, kelompok kedua terdiri dari 79 kabupaten dengan rata-rata 65,13, dan kelompok ketiga terdiri dari 321 kabupaten dengan rata-rata 83,32.

Keywords: *Finite Mixture Model, Indeks Ketahanan Pangan, Kabupaten, Distribusi Skew Normal*

1. PENDAHULUAN

Kebutuhan dasar yang menjadi salah satu syarat agar manusia dapat melangsungkan hidup adalah kebutuhan pangan. Sebagai salah kebutuhan dasar yang juga menunjukkan kesejahteraan masyarakat dan negara maka pemerintah diwajibkan untuk menjamin ketersediaan pangan bagi masyarakatnya. Salah satu cara pemerintah untuk melakukan kewajiban tersebut adalah dengan melakukan pembentukan ketahanan pangan. Dalam upaya meningkatkan ketahanan pangan di Indonesia pemerintah membutuhkan informasi berupa berupa indeks yang digunakan untuk mengetahui ketahanan pangan pada suatu daerah dan disusun berdasarkan tiga aspek ketahanan pangan yaitu ketersediaan pangan, keterjangkauan pangan, dan pemanfaatan pangan yang disebut Indeks Ketahanan Pangan (IKP) (Badan Ketahanan Pangan,2019).

Kondisi pangan di setiap kabupaten di Indonesia berbeda-beda yang mana hal ini menyebabkan perbedaan indeks ketahanan pangan masing-masing kabupaten juga berbeda. Dengan tujuan mengoptimalkan kebijakan yang dibuat oleh pemerintah maka dilakukan pengelompokan kabupaten berdasarkan indeks ketahanan pangannya.

Data indeks ketahanan pangan yang digunakan pada penelitian ini merupangan data indeks ketahanan pangan tahun 2019 yang diperoleh dari Badan Ketahanan Pangan. Tabel 1 menunjukkan prioritas kabupaten berdasarkan indeks ketahanan pangan

Tabel 1 Prioritas Kabupaten di Indonesia

Prioritas	*Cut-off point*
1	≤ 41,52
2	> 41,52 - 51,42
3	> 51,42 - 59,58
4	> 59,58 - 67,75
5	> 67,75 - 75,68
6	> 75,68

Beberapa karakteristik yang dimiliki data indeks ketahanan pangan ini seperti tidak sesuai distribusi unimodal, merupakan data kontinu positif serta historgram data yang memiliki kemencengan. Berdasarkan karakteristik data tersebut maka pengelompokan kabupaten di Indonesia berdasarkan data indeks ketahanan pangan dilakukan menggunakan *Skew Normal Mixture Model* dengan metode Algoritma EM.

Rahayu, *et al*. (2019) pernah melakukan penelitian mengenai model *based clustering* untuk pengelompokan provinsi di Indonesia berdasarkan indikator ketahanan pangan (*Food Security Indicators*) dengan *Multivariate Normal Mixture Model*. Penelitian tersebut menggunakan *Bayesian Information Criterion* (BIC) untuk menentukan jumlah komponen terbaik pada model. Tujuan dari penelitian tersebut adalah mengurangi ketidakseimbangan ketahanan pangan antar provinsi di Indonesia.

2. KAJIAN LITERATUR

2.1 Model *Finite Mixture*

Suatu kelompok data independen $y_1, y_2, \dots, y_n$ dikatakan berasal dari distribusi *finite mixture* apabila memiliki fungsi kepadatan probabilitas sebagai berikut

$$g(y_i|\psi) = w_1 f_1(y_i|\theta_1) + \cdots + w_K f_K(y_i|\theta_K)$$

dengan

w : parameter *weight* atau bobot, $0 \le w_k \le 1$

dan $w_k = w_1 + \ldots + w_K = 1$

ψ : $[\boldsymbol{w}, \boldsymbol{\theta}]^T$

$\boldsymbol{\theta}$: $[\boldsymbol{\theta_1}, \dots, \boldsymbol{\theta_K}]^{\boldsymbol{T}}$

dimana $\theta_k : [\mu_k, \sigma_k^2, \lambda_k]$, $k = 1,2,\dots,K$

(Frühwirth-Schnatter, 2006)

2.2 Metode Estimasi Maksimum Likelihood

Pada umumnya estimasi maksimum likelihood (ML) digunakan untuk menemukan estimator parameter dari model *finite mixture*. Estimator maksimum likelihood dapat ditentukan dengan memaksimumkan turunan fungsi log-likelihood terhadap parameter yang tidak diketahui. Jika diberikan observasi yang saling independen dan $\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{w}, \boldsymbol{\theta}]^T$, maka fungsi likelihood dari model *finite mixture* didefinisikan dengan

$$L(\boldsymbol{\Psi}) = \prod_{i=1}^{n} \left[\sum_{k=1}^{K} w_k f_k(y_i|\boldsymbol{\theta}_k) \right]$$

dimana estimator maksimum likelihood $(\widehat{\boldsymbol{\Psi}})$ merupakan penyelesaian dari

$$\ell(\boldsymbol{\Psi}) = \ln L(\boldsymbol{\Psi}) = \sum_{i=1}^{n} \ln \left[\sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{K}} w_k f_k(y_i|\boldsymbol{\theta}_k) \right]$$

$$\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\Psi})}{\partial(\boldsymbol{\Psi})} = 0$$

Karena penyelesaian tersebut sulit dilakukan secara analitik maupun pendekatan numerik metode Newton Raphson, maka digunakan algortima *expectation-maximization* (EM).

2.3 Algoritma *Expectation-Maximization* (EM)

Misalkan $\mathbf{z}_i = [\mathbf{z}_{\boldsymbol{i1},\dots,}\mathbf{z}_{\boldsymbol{iK}}]^T$ merupakan variabel tersembunyi dengan $\mathbf{z}_{\boldsymbol{ik}}$ = 1 jika observasi masuk ke dalam komponen *mixture* k dan $\mathbf{z}_{\boldsymbol{ik}}$ = 0 jika observasi tidak masuk ke dalam komponen *mixture* k.

Di sini *z* dianggap sebagai nilai yang hilang sehingga (*y*,*z*) merupakan data lengkap. Fungsi log-likelihood $\boldsymbol{\Psi}$ dari data lengkap merupakan penyelesaian dari

$$\ell_c(\boldsymbol{\Psi}; y, z) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} \gamma(z_{ik}) \ln(w_k f_k(y_i|\boldsymbol{\theta}_k))$$

Prosedur algoritma EM terdiri dari dua tahap yaitu tahap *expectation* (E) dan *maximization* (M). Dengan nilai awal $w_k^{(0)}$, $\mu_k^{(0)}$, ${\sigma^2}_h^{(0)}, \lambda_h^{(0)}$ algoritma estimasi parameter *finite mixture skew normal distribution* dengan metode EM dijabarkan sebagai berikut

a. Tahap *Expectation* (E)

   Menghitung $\gamma(\hat{z}_{ik}^S)$

$$\gamma(\hat{z}_{ik}^{s}) = E_{\boldsymbol{\theta}^s}(Z_{ik}|Y)$$

$$= \frac{w_k^{(s)} f_k(y_i|\boldsymbol{\theta}_k)^{(s)}}{\sum_{h=1}^{k} w_h^{(s)} f_k(y_i|\boldsymbol{\theta}_k)^{(s)}}$$

$\gamma(\hat{z}_{ik}^{s})$ merupakan probabilitas observasi dari x_i dengan i= 1,2,…,n untuk masuk ke dalam komponen *mixture* k dengan k = 1,2,…,K pada iterasi ke-s.

b. Tahap *Maximization* (M)

Menghitung $\widehat{w}_k{}^{(s+1)}$

$$\widehat{w}_k{}^{(s+1)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \gamma(\hat{z}_{ik}^{s})}{n}$$

Menghitung estimasi parameter distribusi

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} \gamma(\hat{z}_{ik}^{s}) \ln(f_k(y_i|\boldsymbol{\theta}_k) \right\} = 0$$

Tahap E dan M dilakukan berulang hingga nilai fungsi likelihood, $L(\boldsymbol{\Psi})$ konvergen setelah proses iterasi yang berarti setelah proses iterasi ke-$(s+1)$ berlaku

$$L(\widehat{\boldsymbol{\Psi}}^{(s+1)}) \geq L(\widehat{\boldsymbol{\Psi}}^{(s)})$$

untuk s=0,1,2,… (Dempster et al., 1977).

2.4 Uji Anderson Darling

Uji Anderson-Darling merupakan uji kecocokan untuk mengetahui apakah data berasal dari distribusi yang ditentukan. Adapun langkah-langkah dalam melakukan uji Anderson Darling sebagai berikut (Putri, 2020) :

a. Menentukan hipotesis

H_0: data berdistribusi sesuai dengan distribusi yang diuji

H_1: data tidak berdistribusi sesuai dengan distribusi yang diuji

b. Menentukan tingkat signifikansi (α)

c. Menentukan daerah kritis

H_0 ditolak apabila

$W_n^2 > W_n^2 tabel$ atau nilai p < α

dengan

$$W_n^2 = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2i-1)[ln\, F\,(y_i) + ln(1 - F(y_{n-i+1})]$$

d. Membuat kesimpulan

Apabila H_0 ditolak maka dapat diartikan bahwa data tidak berdistribusi sesuai dengan distribusi yang diuji.

2.5 Uji Signifikansi Model *Finite Mixture*

Uji signifikansi model *finite mixture* dilakukan untuk mengetahui apakah model *mixture* sesuai untuk memodelkan data. Uji signifikansi menggunakan *bootstrap likelihood ratio statistics* (Feng dan McCulloch, 1996; Susanto dan Handajani, 2020).

a. Menghitung *likelihood ratio statistic* (lrs_0) menggunakan penduga parameter $\widehat{\boldsymbol{\Psi}}_0$, $\ell(\widehat{\boldsymbol{\Psi}}_0)$ dan penduga parameter $\widehat{\boldsymbol{\Psi}}_1$, $\ell(\widehat{\boldsymbol{\Psi}}_1)$

$$lrs_0 = -2(\ell(\widehat{\boldsymbol{\Psi}}_0) - \ell(\widehat{\boldsymbol{\Psi}}_1))$$

b. Membangkitkan observasi baru y* berdasarkan model *finite mixture* dari hipotesis null, kemudian y* digunakan untuk menghitung *likelihood ratio statistic* (lrs_1)

$$lrs_1 = -2(\ell(\widehat{\boldsymbol{\Psi}}_0; y^*) - \ell(\widehat{\boldsymbol{\Psi}}_1; y^*))$$

c. Melakukan proses *bootstrap* dilakukan sebanyak B kali ($lrs_1{}^{(1)}, \dots, lrs_1{}^{(B)}$)

d. Menghitung nilai p

$$\text{nilai p} = \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} I(\, lrs_1{}^{(B)} > lrs_0)$$

e. Jika ditentukan tingkat signifikansi sebesar α, maka H_0 ditolak jika nilai p < α.

2.6 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model *finite mixture* dilakukan berdasarkan jumlah komponen mixture yang menggunakan metode berbasis kriteria informasi dengan ukuran informasi *Akaike*

Information Criterion (AIC) dan *Bayesian Information Criterion* (BIC) (Celeux, et al., 2018)

$$AIC = -2\ln L(\widehat{\boldsymbol{\Psi}}) + 2p$$
$$BIC = -2\ln L(\widehat{\boldsymbol{\Psi}}) + p\ln(n)$$

dengan
$L(\widehat{\boldsymbol{\Psi}})$: fungsi likelihood dari estimator maksimum likelihood $\widehat{\boldsymbol{\Psi}}$
p : banyaknya parameter dalam model *finite mixture*
n : banyaknya data observasi

3. METODE PENELITIAN

Data pada penilitian merupakan data sekunder dari Badan Ketahanan Pangan, Kementrian Pertanian dengan variabel penelitian adalah indeks ketahanan pangan tahun 2019 yang dikelompokkan menggunakan model *based clustering*. Package R mclust versi 5.4.6 (Fraley, et al., 2020) dan mixsmsn versi 1.1-7 (Prates, et al., 2020) digunakan untuk melakukan perhitungan pada penelitian ini. Langkah-langkah yang dilakukan untuk melakukan pengelompokan data indeks ketahanan pangan dengan model *based clustering* sebagai berikut:

a. Identifikasi pola distribusi indeks ketahanan pangan.
   Identifikasi pola distribusi dari data indeks ketahanan pangan dengan Uji Anderson Darling untuk mengetahui apakah pola multimodal pada data terpenuhi.
b. Melakukan estimasi parameter model distribusi.
   Penentuan estimasi parameter model distribusi untuk data indeks ketahanan pangan dilakukan menggunakan metode estimasi maksimum likelihood.
c. Uji Signifikansi model *finite mixture***.**
   Uji signifikansi dilakukan untuk mengetahui model *finite mixture* yang sesuai untuk memodelkan data indeks ketahanan pangan. Uji signifikansi menggunakan *bootstarp likelihood ratio statistics*. Hipotesis null (H_0) pada uji ini menyatakan bahwa model *finite mixture* tidak sesuai untuk memodelkan data indeks ketahanan pangan atau banyaknya komponen adalah satu sedangkan hipotesis alternative (H_a) menyatakan bahwa model *finite mixture* sesuai untuk memodelkan data indeks ketahanan pangan atau banyaknya komponen adalah dua.
d. Pemilihan model terbaik**.**
   Pemillihan model *finite mixture* terbaik dilakukan dengan perbandingan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Bayesian Information Criterion* (BIC) terkecil.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

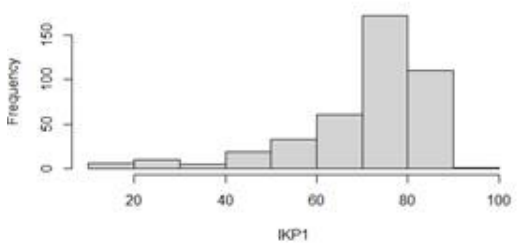
4.1 Deskripsi Data Indeks Ketahanan Pangan pada Kabupaten di Indonesia Tahun 2019

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data indeks ketahanan pangan (IKP) pada setiap kabupaten di Indonesia tahun 2019 yang diperoleh dari Badan Ketahanan Pangan

Tabel 2. Indeks Ketahanan Pangan pada Kabupaten di Indonesia Tahun 2019

No	Kabupaten	Skor IKP
1	Tabanan	90,05
2	Gianyar	89,76
3	Badung	89,01
4	Sukoharjo	87,89
5	Wonogiri	86,55
⋮	⋮	⋮
416	Nduga	10,56

Dengan menggunakan *software* R dapat diketahui bahwa rata-rata dari indeks ketahanan pangan kabupaten di Indonesia tahun 2019 sebesar 70,56, sedangkan variansi dan standar deviasinya sebesar 218,26 dan 14,77. Data IKP 2019 memiliki histogram yang dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Histogram Indeks Ketahanan Pangan 2019

Gambar 1. menunjukkan bahwa data IKP 2019 memiliki lebih dari satu puncak yang memungkinkan data IKP 2019 memiliki distribusi multimodal.Bentuk histogram juga menunjukkan adanya kemencengan (*skewness*) pada data IKP 2019.

4.2 Identifikasi Distribusi Data Indeks Ketahanan Pangan

Indentifikasi distribusi dilakuakan untuk mengetahui apakah data indeks ketahanan pangan memiliki pola distribusi *multimodal* atau tidak. Selain menggunakan histogram, indentifikasi distribusi *multimodal* dilakukan menggunakan Uji Anderson-Darling. Hasil Uji Anderson Darling untuk Indeks Ketahanan Pangan dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Uji Anderson Darling Data Indeks Ketahanan Pangan Kabupaten

Distribution	AD	Nilai p
Normal	24,098	<0,005
Box-Cox Transformation	5,336	<0,005
Lognormal	43,470	<0,005
3-Parameter Lognormal	24,095	*
Exponential	126,415	<0,003
2-Parameter Exponential	116,149	<0,010
Weibull	16,727	<0,010
3-Parameter Weibull	7,701	<0,005
Smallest Extreme Value	7,645	<0,010
Largest Extreme Value	43,329	<0,010
Gamma	36,424	<0,005
3-Parameter Gamma	26,127	*
Logistic	15,356	<0,005
Loglogistic	24,757	<0,005
3-Parameter Loglogistic	15,425	*

Tabel 3. menunjukkan bahwa semua nilai p untuk statistik Uji Anderson-Darling < 0.05 sehingga H_0 ditolak yang berarti bahwa data tersebut tidak mengikuti distribusi *unimodal* dan lebih sesuai mengikuti distribusi *finite mixture*.

4.3 Uji Signifikansi Model

Uji Signifikansi dilakukan untuk mengetahui penerapan *model finite mixture* untuk distribusi data indeks ketahanan pangan 2019. Uji signifikansi yang digunakan merupakan uji signifikansi berbasis *boostrap likelihood ratio statistic* dimana H_0 menunjukkan jumlah komponen adalah satu yang berarti data mengikuti distribusi *unimodal* sedangkan Ha menunjukkan jumlah komponen adalah dua yang berarti data mengikuti distribusi *multimodal* sehingga *model finite mixture* dapat digunakan.

a. Hipotesis
   H_0 : K=1 (*model finite mixture* tidak sesuai untuk memodelkan data indeks ketahanan pangan)
   H_1 : K=2 (*model finite mixture* sesuai untuk memodelkan data indeks ketahanan pangan)
b. $\alpha = 0{,}05$
c. Daerah Kritis
   H_0 ditolak jika nilai $p < 0{,}05$

Dengan menggunakan *software* R diperoleh nilai p untuk uji signifikansi ini sebesar 0,001. Karena nilai $p = 0{,}001 < 0{,}05$ maka H_0 ditolak sehingga dapat disimpulkan bahwa model *finite mixture* sesuai untuk memodelkan data indeks ketahanan pangan.

4.4 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik untuk mengelompokan kabupaten berdasarkan indeks ketahanan pangan dilakukan menggunakan nilai AIC dan BIC. Model yang dipilih merupakan model dengan jumlah komponen yang memiliki nilai AIC dan BIC terkecil. Hasil dari perhitungan AIC dan BIC disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Nilai AIC dan BIC dari Estimasi *Skew Normal Mixture Model*

Banyak Komponen	AIC	BIC
2	3143,629	3171,844
3	3140,824	3185,161
4	3147,321	3207,781
5	3148,075	3224,658
6	3156,78	3249,486
7	3161,41	3270,238
8	3171,89	3296,841
9	3176,858	3317,932
10	3183,657	3340,854

Tabel 4. menunjukkan nilai AIC dan BIC terkecil dihasilkan oleh *skew normal mixture model* 3 komponen berdasarkan AIC = 3140,824 dan *skew normal mixture model* 2 komponen berdasarkan BIC = 3171,844. Menurut uji *bootstrap likelihood ratio statistic*, model *finite mixture* yang lebih sesuai untuk data IKP 2019 antara 2 komponen dan 3 komponen adalah 3 komponen. Sehingga estimasi *skew normal mixture model* untuk pengelompokan kabupaten berdasarkan indeks ketahanan pangan didefinisikan

$$g(y_i;\theta) = \widehat{w_1}SN\left(\widehat{\mu_1},\widehat{\sigma_1^2},\widehat{\lambda_1}\right) + \widehat{w_2}SN\left(\widehat{\mu_2},\widehat{\sigma_2^2},\widehat{\lambda_2}\right) + \widehat{w_3}SN\left(\widehat{\mu_3},\widehat{\sigma_3^2},\widehat{\lambda_3}\right)$$

Estimasi parameter pada komponen pertama yaitu $\widehat{w_1} = 0{,}03595024$; $\widehat{\mu_1} = 23{,}68898$; $\widehat{\sigma_1^2} = 37{,}66015$; $\widehat{\lambda_1} = -0{,}6580091$ estimasi parameter pada komponen kedua yaitu $\widehat{w_2} = 0{,}22823030$; $\widehat{\mu_2} = 65{,}13212$; $\widehat{\sigma_2^2} = 197{,}67538$; $\widehat{\lambda_2} = -1{,}1013369$ sedangkan estimasi parameter pada komponen ketiga yaitu $\widehat{w_3} = 0{,}73581946$; $\widehat{\mu_3} = 83{,}31901$; $\widehat{\sigma_3^2} = 67{,}82174$; $\widehat{\lambda_2} = -2{,}4428855$.

Pada model *finite mixutre* $\widehat{w_1}$, $\widehat{w_2}$ dan $\widehat{w_3}$ masing-masing menunjukkan parameter bobot pada komponen pertama, kedua, dan ketiga yang dapat diartikan sebagai porsentase kelompok indeks ketahanan pangan pada populasi tersebut dimana interpretasi untuk setiap komponen adalah

a. Komponen pertama memiliki porsentase 3,6% dari populasi atau sebanyak 16 kabupaten di Indonesia memiliki rata-rata indeks ketahanan pangan sebesar 23,68 pada tahun 2019.
b. Kelompok kedua memiliki porsentase 22,68% atau sebanyak 79 kabupaten di Indonesia memiliki rata-rata indeks ketahanan pangan sebesar 65,13 pada tahun 2019.
c. Kelompok ketiga memiliki porsentase 73,58% atau sebanyak 321 kabupaten di Indonesia memiliki rata-rata indeks ketahanan pangan sebesar 83,32 pada tahun 2019

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis mengenai pengelompokan kabupaten di Indonesia berdasaran indeks ketahanan pangan tahun 2019 dapat disimpulkan bahwa sebanyak 416 kabupaten di Indonesia dikelompokan menjadi tiga kelompok. Kelompok pertama terdiri dari 16 kabupaten yang memiliki rata-rata indeks ketahanan pangan sebesar 23,68, kelompok kedua terdiri dari 79 kabupaten yang memiliki rata-rata indeks ketahanan pangan sebesar 65,13 sedangkan kelompok ketiga terdiri dari 321 kabupaten dengan rata-rata indeks ketahanan pangan sebesar 83,32.

6. REFERENSI

Badan Ketahanan Pangan. 2018. *Indeks Ketahanan Pangan Indonesia 2018*. BKP Jakarta.

Celeux, G., Fruewirth-Schnatter, S. dan Robert, C.P. 2018. Model Selection for Mixture Models - Perspectives and Strategies *In: Handbook of Mixture Analysis*. CRC Press, <hal01961077>.

Dempster, A.P., Laird, N.M. dan Rubin, D.B. 1977. Maximun Likelihood from Incomplete Data Via The EM Algorithm. *Journal of The Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*. **39**(1). 1-22.

Feng, Z.D. dan McCulloch, C.E. 1996. Using Bootstrap Likelihood Ratios in Finite Mixture Models. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*. 58(3). 609–617.

Fraley, C., Raftery, A.E., Scrucca, L., Murphy, T.B., Fop, M. 2020. *mclust : Gaussian Mixture Modelling for Model-Based Clustering,Classification, and Density Estimation*. R package version 5.4.6. Available from : https://mclust-org.github.io/mclust/.

Frühwirth-Schnatter, S. 2006. *Finite Mixture nd Makrov Switching Models.* Springer, New York.

Yu, Y. 2018. mixR: Finite Mixture Modeling for Raw and Binned Data [Daring]. R package version 0.1.1. Available from: https://cran.r-project.org/package=mixR.

Prates, M.O., Lachos, V.H. and Cabral, C. 2020. *mixsmsn: Fitting finite mixture of scale mixture of skew-normal distributions*. R package version 1.1-7. Available from: https://CRAN.R-project.org/package=mixsmsn

Putri, R.D. 2020. Perbandingan Kekuatan Uji Metode Kolmogorov-Smirnov,

Anderson-Darling, dan Shaphiro-Wilk untuk Menguji Normalitas Data. *Skripsi*. Program Studi Matematika Universitas Sanata Dharma. Yogyakarta.

Rahayu, R.S., Purwaningsih,W. dan Daerobi, A. 2019. Mapping of Provincial Food Security in Indonesia Using Based Clustering Model. *Jurnal Ekonomi Pembangunan: Kajian Masalah Ekonomi dan Pembangunan.* 20(1). 69-79.

Susanto,I., and Handajani,S.S., 2020. ”Pengelompokan Rumah Tangga di Indonesia Berdasarkan Pendapatan per Kapita dengan Model Finite Mixture”. Media STATISTIKA, Volume 13(1), pp. 13-24.