

IDENTIFIKASI PERUBAHAN IKLIM MENGGUNAKAN ESTIMASI PARAMETER DISTRIBUSI GENERALIZED EXTREME VALUE PADA DATA CURAH HUJAN DI KABUPATEN CILACAP

Ashiva Suranissa Widyakusumastuti¹⁾, Hasih Pratiwi²⁾, Sugiyanto³⁾

^{1,2,3}Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret

¹email : ashivasw@student.uns.ac.id

²email : hasihpratiwi@staff.uns.ac.id

³email : sugiyanto61@staff.uns.ac.id

Abstrak

Perubahan iklim menjadi isu lingkungan yang paling banyak dibicarakan saat ini, karena membawa dampak luas terhadap berbagai sektor kehidupan manusia. Pengetahuan tentang perilaku nilai-nilai ekstrem sangat penting untuk meminimalkan dampak dari perubahan iklim. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui hasil estimasi parameter distribusi Generalized Extreme Value (GEV) pada data curah hujan mengidentifikasi perubahan iklim di Kabupaten Cilacap. Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan data curah hujan di Kabupaten Cilacap yang dibagi menjadi dua periode yaitu periode 1 (1981-2000) dan periode 2 (2001-2020). Metode yang digunakan dalam penelitian ini ialah Extreme Value Theory (EVT). Salah satu pendekatan untuk mengidentifikasi nilai ekstrem adalah Block Maxima yang mengikuti distribusi GEV. Hasil estimasi parameter bentuk distribusi GEV menggunakan metode Maximum Likelihood Estimator (MLE) menunjukkan tipe distribusi Weibull. Selain itu disimpulkan bahwa tidak terjadi perubahan iklim di Kabupaten Cilacap pada periode tahun 1981-2020.

Kata Kunci: *Extreme Value Theory, Generalized Extreme Value Distribution, Maximum Likelihood Estimator, Perubahan Iklim*

1. PENDAHULUAN

Perubahan iklim adalah berubahnya kondisi fisik atmosfer bumi antara lain suhu dan distribusi curah hujan yang membawa dampak luas terhadap berbagai sektor kehidupan manusia. Perubahan iklim salah satunya ditandai dengan adanya perubahan pola curah hujan yang menyebabkan terjadinya pergeseran awal musim.

Perubahan iklim merupakan hal yang penting untuk dikaji, karena sering dihubungkan dengan suatu kejadian yang bersifat merusak atau merugikan manusia. Oleh karena itu, diperlukan ilmu pengetahuan dan metode yang tepat untuk mengidentifikasi perubahan iklim tersebut. *Extreme Value Theory* (EVT) dapat digunakan dalam mengidentifikasi perubahan iklim dengan melihat perubahan tipe distribusi antar periode waktu, serta besar parameter distribusinya. Terdapat pendekatan yang dapat digunakan dalam mengidentifikasi nilai ekstrem ini yaitu dengan *Block Maxima* (BM) yang mengacu pada distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV). Menurut Wahyudi (2011) EVT bermanfaat dalam melihat karakteristik nilai ekstrem karena berfokus pada perilaku ekor

(tail) distribusi untuk dapat menentukan probabilitas nilai-nilai ekstremnya.

Pada penelitian ini dilakukan identifikasi perubahan iklim menggunakan estimasi parameter distribusi *Generalized Extreme Value* untuk data curah hujan di Cilacap pada tahun 1981-2020. Adapun metode yang digunakan dalam mengestimasi parameternya ialah *Maximum Likelihood Estimator* (MLE).

2. KAJIAN LITERATUR

2.1 *Extreme Value Theory*

Extreme Value Theory merupakan bagian dari ilmu statistika yang digunakan untuk memodelkan kejadian-kejadian yang bersifat ekstrem. Tahap awal dalam melakukan pemodelan ini ialah menentukan nilai ekstrem. Pendekatan yang dapat digunakan yaitu *Block Maxima*.

2.2 *Block Maxima*

Block Maxima ialah salah satu cara untuk mengidentifikasi nilai ekstrem berdasarkan nilai tertinggi data observasi yang dikelompokkan berdasarkan periode tertentu. Metode ini membagi data dalam blok-blok periode waktu tertentu, seperti bulanan, triwulan, atau tahunan.

Selanjutnya, setiap blok periode yang terbentuk ditentukan nilai yang paling tinggi. Data tertinggi dimasukkan dalam sampel karena nilai inilah yang merupakan nilai ekstrem pada suatu periode tertentu.

2.3 Generalized Extreme Value (GEV)

Generalized Extreme Value (GEV) merupakan distribusi dari nilai ekstrem untuk pendekatan *Block Maxima*. *Block maxima* (BM) mengaplikasikan Teorema Fisher dan Tippett (1928), dimana dalam teorema tersebut menyatakan bahwa data sampel nilai ekstrem yang diambil dengan metode BM akan berdistribusi Gumbel, Frechet atau Weibull. Kombinasi dari ketiga distribusi ini masuk ke dalam satu keluarga disebut sebagai distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV). Menurut Mallor, dkk (2009) GEV memiliki *Cumulative Distribution Function* (CDF) seperti persamaan sebagai berikut :

$$F(x; \mu; \sigma; \xi) = \begin{cases} \exp\left\{-\left(1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{\frac{1}{\xi}}\right\}, & \xi \neq 0, \\ \exp\left\{-\exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}, & \xi = 0, \end{cases}$$

Probability Density Function (PDF) seperti persamaan sebagai berikut :

$$f(x, \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left\{1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}^{\frac{1}{\xi}-1} \exp\left\{-\left(1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{\frac{1}{\xi}}\right\}, & \xi \neq 0, \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left\{\frac{x-\mu}{\sigma}\right\} \exp\left\{-\exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}, & \xi = 0 \end{cases}$$

dengan μ adalah parameter lokasi (*location*) dengan $-\infty < \mu < \infty$, σ adalah parameter skala (*scale*) dengan $\sigma > 0$ dan ξ adalah parameter bentuk (*shape*) dengan $-\infty < \xi < \infty$.

Distribusi GEV dibedakan menjadi tiga tipe apabila dilihat berdasarkan nilai parameter bentuk, yaitu Tipe 1 berdistribusi Gumbel, Tipe 2 berdistribusi Frechet, dan Tipe 3 berdistribusi Weibull. Tiga tipe tersebut memiliki CDF masing-masing yang didefinisikan pada persamaan sebagai berikut:

a. Distribusi Gumbel untuk $\xi = 0$

$$F(x; \mu, \sigma) = \exp\left\{-\exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}, -\infty < x < \infty$$

b. Distribusi Frechet untuk $\xi > 0$

$$F(x; \mu, \sigma; \xi) = \begin{cases} 0, & x \leq \mu \\ \exp\left\{-\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\xi}}\right\}, & x > \mu \end{cases}$$

c. Distribusi Weibull untuk $\xi < 0$

$$F(x; \mu, \sigma; \xi) = \begin{cases} \exp\left\{-\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\xi}}\right\}, & x < \mu \\ 1, & x \geq \mu \end{cases}$$

dengan $\sigma > 0$ dan $-\infty < \mu < \infty$ untuk semua tipe distribusi Gumbel, Frechet, dan Weibull

2.4 Maximum Likelihood Estimator (MLE)

Metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) digunakan dalam menentukan parameter dari sebuah distribusi. Metode estimasi ini memaksimalkan fungsi *likelihood* dengan cara membuat ln dari fungsi *likelihood* (Krishnamoorthy, 2006). Fungsi *likelihood* diperoleh dari perkalian PDF sampel random. Persamaan fungsi *likelihood* ialah sebagai berikut.

$$L(\mu, \sigma, \xi | x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(\mu, \sigma, \xi)$$

Persamaan fungsi *lnlikelihood* ialah sebagai berikut.

$$\ln(L(\mu, \sigma, \xi)) = \ln \prod_{i=1}^n f(\mu, \sigma, \xi)$$

Nilai estimasi diperoleh apabila turunan pertama membentuk persamaan yang *closed form*. Apabila persamaan yang terbentuk tidak *closed form*, maka diperlukan pendekatan numerik untuk penyelesaiannya.

2.5 Interval Konfidensi Estimasi Parameter

Interval konfidensi 95% untuk estimasi parameter lokasi, skala, dan bentuk yang diperoleh dari MLE ini dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan normal sebagai berikut.

$$\hat{\mu} - Z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\mu}) \leq \mu \leq \hat{\mu} + Z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\mu})$$

$$\hat{\sigma} - Z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\sigma}) \leq \sigma \leq \hat{\sigma} + Z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\sigma})$$

$$\hat{\xi} - Z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\xi}) \leq \xi \leq \hat{\xi} + Z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\xi})$$

dengan *SE* adalah *Standard Error* untuk masing-masing parameter.

2.6 Uji Goodness of Fit

Uji *goodness of fit* dilakukan untuk memperoleh model distribusi yang sesuai terhadap data observasi yang digunakan dalam sebuah penelitian. Uji *goodness of fit* dapat dilakukan salah satunya menggunakan uji Kolmogrov-Smirnov dengan prosedur pengujiannya ialah sebagai berikut:

- 1) Hipotesis
 $H_0 : S(x) = F_0(x)$ (Data telah mengikuti distribusi teoritis $F_0(x)$)
 $H_1 : S(x) \neq F_0(x)$ (Data tidak mengikuti distribusi teoritis $F_0(x)$)
- 2) Daerah kritis:
 Tolak H_0 jika $D_{hitung} > D_{(1-\alpha)}$ atau $p - value < \alpha$
- 3) Statistik uji yang digunakan untuk uji *goodness of fit* yaitu:

$$D_{hitung} = \sup |S(x) - F_0(x)|$$

2.7 Identifikasi Perubahan Iklim

Identifikasi perubahan iklim dapat dilakukan dengan cara membandingkan satu periode dengan satu periode yang lain berdasarkan aturan berikut:

- a) Adanya perbedaan tipe distribusi antara periode I dengan periode II.
- b) Setiap parameter distribusi GEV periode I berada di luar interval konfidensi $100(1-\alpha)\%$ periode II atau sebaliknya.

Perubahan iklim terjadi apabila salah satu dari dua syarat tersebut terpenuhi (Coles, 2001).

3. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan merupakan data curah hujan bulanan di Kabupaten Cilacap pada tahun 1981 sampai 2020. Data tersebut ialah data sekunder yang diperoleh dari laman dataonline Badan Meteorologi Klimatologi Geofisika (BMKG). *Software* yang digunakan adalah *software* R Studio dengan *package* extRemes. Adapun langkah-langkah yang dilakukan terdiri atas:

- 1) *Preprocessing* data
- 2) Mengidentifikasi adanya *heavy tail* pada data.
- 3) Memisahkan data menjadi dua periode, yaitu periode I (1981-2000) dan periode II (2001-2020).
- 4) Mengidentifikasi nilai ekstrem menggunakan metode Block Maxima (BM) dengan membuat blok periode waktu tiga bulan yaitu Desember-Januari-Februari (DJF), Maret-April-Mei (MAM), Juni-Juli-

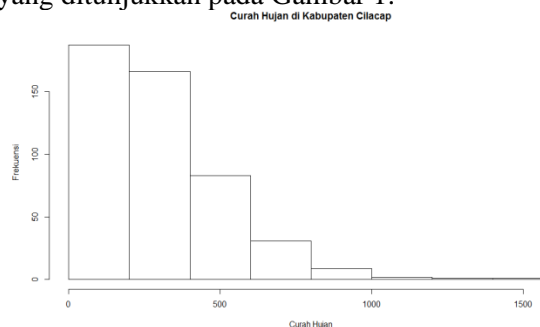
Agustus (JJA), dan September-Oktober-November (SON) untuk data curah hujan tiap periode. Sampel nilai ekstrem diambil dari nilai maksimum curah hujan dari masing-masing blok.

- 5) Melakukan estimasi parameter distribusi GEV menggunakan metode MLE.
- 6) Menentukan interval konfidensi untuk setiap parameter dengan taraf signifikansi (α).
- 7) Melakukan uji *goodness of fit* dengan uji Kolmogrov-Smirnov.
- 8) Melakukan identifikasi perubahan iklim. Perubahan iklim terjadi apabila salah satu dari dua syarat berikut terpenuhi. Syarat pertama yaitu apabila terdapat perbedaan tipe distribusi antara periode I dengan periode II. Syarat kedua yaitu apabila setiap parameter periode I berada di luar interval konfidensi $100(1-\alpha)\%$ periode II atau sebaliknya.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Identifikasi Heavy Tail

Data curah hujan di Kabupaten Cilacap pada tahun 1981-2020 akan dilakukan identifikasi *heavy tail* menggunakan histogram yang ditunjukkan pada Gambar 1.

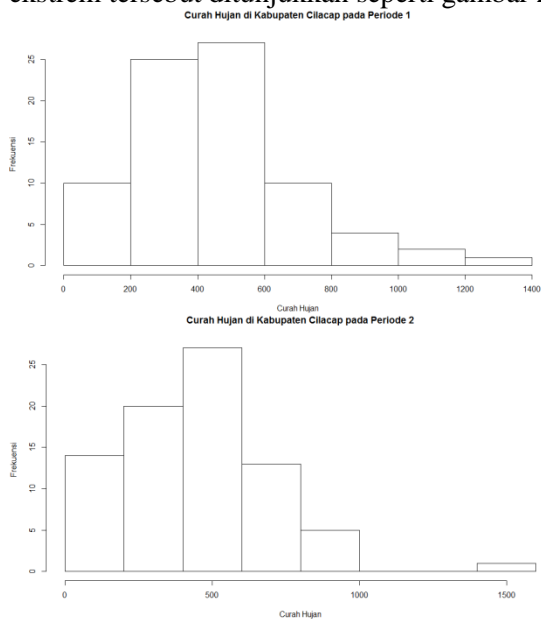


Gambar 1. Histogram Data Curah Hujan di Kabupaten Cilacap (1981-2020)

Identifikasi *heavy tail* melalui histogram pada Gambar 1 menunjukkan bahwa pola sebaran data turun secara lambat sehingga peluang terjadinya nilai ekstrem akan lebih besar. Hal ini ditunjukkan dengan tingginya frekuensi data yang menonjol di sekitar nilai nol, sedangkan masih terdapat kejadian dengan curah hujan yang jauh lebih besar dari nol dengan frekuensi yang jauh lebih kecil, sehingga mengindikasikan adanya pola data *heavytail*.

Selanjutnya, data ekstrem yang didapatkan melalui metode *Block Maxima* dibagi menjadi dua periode, yaitu periode I (1981-2000) dan

periode 2 (2001-2020). Pola distribusi dari data ekstrem tersebut ditunjukkan seperti gambar 2.



Gambar 2. Histogram Data Ekstrem untuk Periode 1 dan Periode 2

Berdasarkan histogram pada Gambar 2 terlihat bahwa data curah hujan ekstrem di Cilacap pada periode 1 dan periode 2 memiliki pola yang sama. Untuk mengetahui adanya perubahan iklim di Cilacap pada periode 1 dan 2, tahap awal yang perlu dilakukan ialah mengestimasi parameter distribusi GEV untuk setiap periode dengan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) yang selanjutnya diselesaikan dengan pendekatan numerik.

4.2 Estimasi Parameter Distribusi Generalized Extreme Value (GEV)

Hasil estimasi parameter distribusi GEV dengan menggunakan metode MLE ditunjukkan pada Tabel 1 berikut dengan nilai *Standard Error* (SE) serta interval konfidensi 95%. Tipe distribusi ditentukan dari besarnya nilai parameter bentuk ξ . Apabila $\xi < 0$ maka data curah hujan ekstrem berdistribusi Weibull, apabila $\xi = 0$ maka berdistribusi Gumbel, dan apabila $\xi > 0$ maka berdistribusi Frechet.

Tabel 1. Estimasi Parameter Distribusi GEV

Nilai	Periode	
	Periode 1 (1981-2000)	Periode 2 (2001-2020)
$\hat{\mu}$	343,84	343,85
SE ($\hat{\mu}$)	26,36	26,30
Interval Konfidensi 95%	(292,18;395,49)	(292,31;395,39)

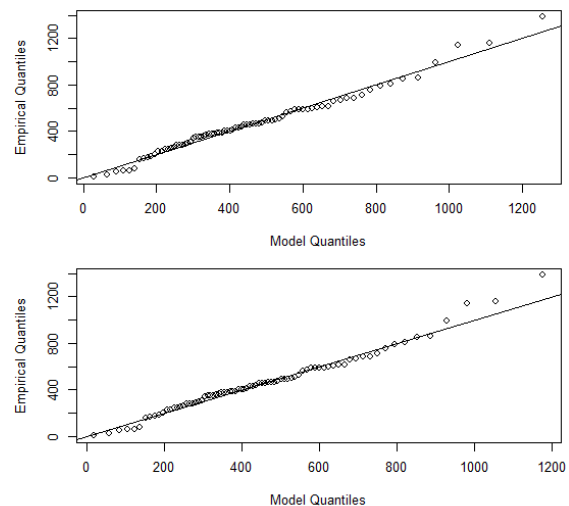
$\hat{\sigma}$	211,72	215,69
SE ($\hat{\sigma}$)	18,49	18,21
Interval Konfidensi 95%	(175,48;247,97)	(179,99;251,37)
$\hat{\xi}$	-0,05	-0,10
SE ($\hat{\xi}$)	0,07	0,06
Interval Konfidensi 95%	(-0,19 ; 0,09)	(-0,21 ; 0,07)
Tipe Distribusi	Weibull	Weibull

Berdasarkan Tabel 1 dapat dilihat bahwa nilai parameter bentuk distribusi GEV pada periode 1 dan 2 berturut-turut sebesar -0,05 dan -0,10. Hal ini berarti data curah hujan ekstrem untuk kedua periode berdistribusi Weibull, sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terjadi perubahan tipe distribusi untuk periode 1 dan periode 2.

Tabel 1 juga menunjukkan bahwa setiap nilai parameter lokasi, skala, dan bentuk distribusi GEV pada periode 1 berada di dalam interval konfidensi periode 2. Begitu juga sebaliknya, setiap nilai parameter lokasi, skala, dan bentuk distribusi GEV pada periode 2 berada di dalam interval konfidensi periode 1.

4.3 Uji Goodness of Fit

Uji *goodness of fit* perlu dilakukan untuk mengetahui apakah pola distribusi data ekstrem sesuai terhadap pola distribusi teoritis. Salah satu cara untuk melihat apakah data ekstrem berdistribusi GEV atau tidak yaitu dengan melihat *probability plot*. Gambar 3 menampilkan *probability plot* untuk data curah hujan ekstrem pada periode 1 dan periode 2.



Gambar 3. Probability Plot Periode 1 dan Periode 2

Dari Gambar 3 terlihat bahwa hasil plot menunjukkan hampir semua titik sebaran mengikuti garis linear. Hal ini menunjukkan bahwa data ekstrem pada periode 1 dan periode 2 telah mengikuti distribusi GEV.

Selain melihat dari *probability plot*, dapat dilakukan uji *goodness of fit* menggunakan uji Kolmogrov-Smirnov untuk mendukung kesimpulan. Adapun hipotesis yang digunakan ialah sebagai berikut.

H_0 : Data curah hujan ekstrem mengikuti distribusi GEV

H_1 : Data curah hujan ekstrem tidak mengikuti distribusi GEV

Tabel 2. Uji *goodness of fit*

Periode	$p - value$	α	Keterangan
Periode 1	0,8052	0,05	Gagal tolak H_0
Periode 2	0,8091	0,05	Gagal tolak H_0

Berdasarkan Tabel 2 diketahui bahwa nilai p-value untuk periode 1 sebesar 0,8052 dan untuk periode 2 sebesar 0,8091. Karena p-value lebih besar dari $\alpha=5\%$, maka gagal tolak H_0 , sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa data curah hujan ekstrem di Kabupaten Cilacap mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) untuk periode 1 maupun periode 2.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dapat diambil kesimpulan bahwa tidak terjadi perubahan iklim di Kabupaten Cilacap pada periode tahun 1981-2020. Hal ini ditunjukkan dengan tidak adanya perubahan tipe distribusi pada periode 1 maupun periode 2 dimana tipe distribusinya ialah Weibull, serta setiap nilai parameter distribusi yang diperoleh melalui metode MLE menghasilkan nilai yang termuat dalam interval konfidensi 95%.

6. REFERENSI

- Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG). Diakses pada tanggal 24 Februari 2021, dari <http://dataonline.bmkg.go.id>
- Coles, S. (2001). *An Introduction to Statistical Modelling of Extreme Value*. London: Springer-Verlag.
- Finkenstadt, B. & Rootzen, H. (2003). *Extreme Values in Finance, Telecommunications, and The Environment*. New York: CRC Press.

Fisher, R.A. & Tippett. (1928). Limiting Forms of the Frequency Distribution of The Largest or Smallest Member of Sample. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 24 No.2, 180-190.

Kotz, S. & Nadarajah. (2000). *Extreme Value Distribution : Theory and Applications*. London: Imperial College Press.

Krishnamoorthy, K. (2006). *Handbook of Statistical Distributions with Applications*. New York: Chapman & Hall/CRC.

Mallor, dkk. (2009). *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Value Application to Calculate Extreme Wind Speeds*. Belgia: Hogeschool Universiteit Brussel.

Wahyudi. (2011). Identifikasi Curah Hujan Ekstrem di Kabupaten Ngawi Menggunakan Generalized Extreme Value dan Generalized Pareto Distribution. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol. 1. No.1.